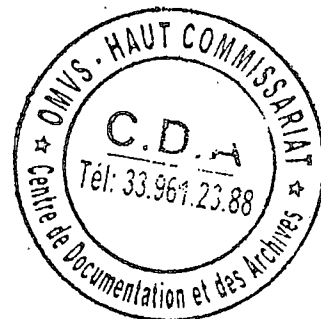


UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR  
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE



D.E.A D'HYDRAULIQUE ET DE MECANIQUE DES FLUIDES

ANALYSE ET TRAITEMENT STATISTIQUE DES  
VARIABLES HYDROCLIMATIQUES SUR LE  
BASSIN VERSANT DU FLEUVE SENEGAL EN  
AMONT DE BAKEL

Présenté par :

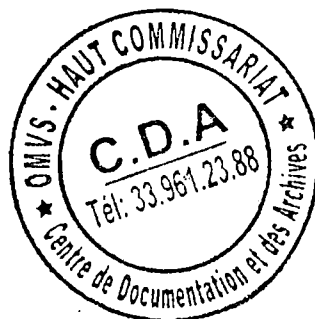
M. Yaya DIEME

Le 15 Décembre 2008 devant le jury suivant :

Président :	Aboubaker Chedikh	BEYE	Professeur titulaire	FST/UCAD
Membres :	M. Amadou	GAYE	Maître de conférences	ESP/UCAD
	M. Soussou	SAMBOU	Maître Assistant	FST/UCAD
	M. Cheikh	MBOW	Maître Assistant	FST/UCAD
	M. Sada Sory	THIAM	Maître Assistant	FST/UCAD
	M. Malang	DIATTA	Ingénieur Génie Rural	OMVS

## **AVANT-PROPOS**

**Ce mémoire a été réalisé au sein du Laboratoire d'Hydraulique et Mécanique des Fluides au cours d'un stage sous la Direction de Monsieur Soussou SAMBOU Docteur ès Sciences, Maître Assistant, Enseignant Chercheur au Département de Physique de la Faculté des Sciences et Techniques de l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar. Il s'inscrit dans le cadre des activités du WP3.3 (Climate impact on Water Resources) du projet AMMA (Analyse Multidisciplinaire de la Mousson en Afrique) dont il a bénéficié d'un soutien financier.**



## Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du **Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides** du département de Physique de la Faculté des Sciences et Techniques de l'UCAD. Ce mémoire est réalisé sous la direction de Monsieur Soussou SAMBOU, Maître Assistant, Enseignant Chercheur au département de Physique de la Faculté des Sciences et Techniques, qui ne m'a ménagé ni son temps, ni son attention. Lors de notre première entrevue, j'ai été agréablement surpris et conquis par son extrême amabilité. A son contact, j'ai pu acquérir des nouvelles connaissances et des méthodes de travail que j'espère bien pouvoir consacrer à des fins extrêmement utiles.

Je tiens à remercier au fond de mon cœur Monsieur Aboubaker Chedikh BEYE, Professeur au département de Physique de la Faculté des Sciences et Technique, Directeur du Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides et Président de ce Jury. Il était mon professeur en année de PC2, Licence, AEA et il continue toujours à me rendre service. Son sens d'humanisme et sa coopérativité m'ont beaucoup marqué et je ne saurais le remercier assez.

Mes remerciement vont également à l'endroit de Monsieur Cheikh MBOW, Maître Assistant, Enseignant Chercheur au département de Physique de la faculté des Sciences et Techniques, qui m'a toujours enseigné depuis le premier cycle jusqu'au troisième cycle et qui a bien voulu accepter sans hésitation de faire partie de ce jury afin de contribuer à la perfection de ce mémoire.

Je tiens également à remercier Monsieur Sada Sory THIAM, Maître Assistant, Enseignant Chercheur au département de Mathématique de la Faculté des Sciences et Techniques qui n'a ménagé son temps pour avoir accepté de siéger dans ce jury afin de contribuer à la perfection de ce mémoire.

Je voudrais également remercier Monsieur Malang DIATTA, Ingénieur *de Génie* Hydrogéologue à l'Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal pour avoir bien voulu accepter de faire partie du jury afin d'améliorer ce mémoire.

Mes remerciements vont également à l'endroit de Monsieur Amadou GAYE, Maître de Conférence, Enseignant Chercheur à l'Ecole Supérieure Polytechnique de Dakar (ESP), responsable du Laboratoire de Physique de l'Atmosphère de l'ESP pour cet honneur qu'il me fait en participant à ce jury pour évaluer ce travail.

Je voudrai remercier infiniment à Monsieur Abdou Karim TOURE, étudiant-chercheur au Laboratoire de Statistique Appliquée son esprit de partage. Il a accepté de partager avec moi les données que j'ai eu à utiliser dans ce mémoire.

Je remercie Monsieur Ansoumana BODIAN, étudiant-chercheur au département de géographie. Sa contribution m'a permis de faire mes premiers pas dans l'avancement de ce mémoire.

J'exprime mes profonds remerciements à mon oncle Monsieur Bakary SYLLA et sa femme Madame SYLLA née Safiatou DIEDHIOU pour leur attachement à moi, pour m'avoir considéré comme leur fils et pour les conseils qu'ils m'ont toujours apportés.

Je remercie mes camarades et collaborateurs du laboratoire d'hydraulique et de mécanique des fluides en l'occurrence Mohamadou BOP, Ibrahima SECK Moustapha Faye, Adramane NIANG, Anso Malang BADJI, Clément DIATTA sans oublier Edmond MALANDA NIMY pour m'avoir fait partager ses diverses connaissances et expériences.

Je regrette de ne pouvoir ici nommer tous les camarades étudiants du laboratoire d'hydraulique et de mécanique des fluides en particulier ceux d'AEA, dont j'ai pu apprécier compétence, dévouement et amabilité sur le plan professionnel que sur le plan social.

Je tiens à remercier vivement ~~à~~ ceux qui me sont le plus chers, ceux à qui je dois mon existence à savoir mes parents dont mon père Monsieur Abdou DIEME, ma mère Madame DIEME née Astou BODIAN. Leurs conseils avisés et leur confiance en moi me furent une aide et une motivation.

Mes sincères remerciements à mon cher adorable frère Nfally DIEME. Son soutien moral et ses conseils m'ont tellement motivé dans le travail pour la réalisation de ce mémoire sans oublier Mafou DIEME, Lamine DEME, Kaïfou DIEME et Saly DIEME pour leur soutien en ma personne.

Je remercie mes amis avec qui j'ai partagé de bon moment ensemble (Tidiane DIEDHIOU, Alassane DIEDHIOU, Ousmane SAMBOU et Cheikh DIEDHIOU). Avec leur collaboration, j'ai pu avoir de bonnes conditions de travail. Je les remercie infiniment.

# Résumé

L'analyse des séries de variables hydroclimatiques (pluie, débits, ETP,...) est une étape incontournable pour la détermination des débits de projets indispensables aux ~~problèmes~~ de dimensionnement des ouvrages et aménagements hydrauliques. Ces séries contiennent des informations sur l'évolution climatique et sur les modifications des régimes hydrologiques induites par ces aménagements. Les observations contenues dans ces séries doivent obéir à deux propriétés de base: indépendance, homogénéité. Ces propriétés sont vérifiées à l'aide de tests statistiques.

Dans ce présent mémoire, les séries de modules et de débits moyens mensuels aux stations de Dakka Saïdou, Bafing Makana, Goubassi, Oualia, Manantali, Kayes, Bakel ont été constituées. Les deux premières stations sont situées en amont du barrage de Manantali, les deux suivantes sur les affluents non contrôlés (la Falémé et le Bakoye) et les trois dernières en aval de ce barrage. Les dix lois (Fuites, normale, Gauss, Gumbul, Galton, Pearson<sub>3</sub>, Pearson 5, Frechet, Polya, WRS-USA et Goodrich) ont été ajustées à l'ensemble des séries, à l'échelle annuelle. Les tests de Chi-Deux et de Kolmogorv Smirnov rejettent l'hypothèse de normalité pour toutes les stations, à l'exception de celle de Manantali. L'évolution annuelle de ces observations, ainsi que celle des variables centrées et réduites qui en découlent sur la période de référence 1961-2006 pour les stations retenues à l'exception de Manantali (série trop courte) a été examinée. Les tests statistiques d'indépendance (autocorrélogramme, coefficient d'autocorrélation d'ordre 1, test des rangs de Kendall, le test du point de rebroussement) et d'homogénéité (Pettit, Buishand, ellipse de contrôle, statistique bayésienne de Lee et Héghinian, procédure de segmentation des séries de Hubert) ont ensuite été appliqués à l'ensemble de ces séries. Le test de Student et le test F de Fisher ont été appliqués de part et d'autre du barrage. Une bonne partie des tests est disponible dans le logiciel KHRONOSTAT disponible via le net ou à partir d'Excel.

Les tests d'homogénéité rejettent, à l'échelle annuelle, l'hypothèse nulle de série homogène pour toutes les stations, sauf pour celle de Manantali dont la série est relativement courte. La rupture correspond ici au changement climatique. A l'échelle mensuelle, l'hypothèse nulle est rejetée par la plupart des tests d'homogénéité et pour l'ensemble des stations, à l'exception de quelques mois. Cependant, dans ce dernier cas, la rupture dans les séries se produit avant ou après la mise en service du barrage, selon que la station soit située en amont ou en aval de celui-ci.

Les tests d'indépendance indiquent dans la plupart des cas, une absence de tendance et de persistance de type markovienne dans les séries, aussi bien à l'échelle mensuelle qu'annuelle.

**Mots clés :** Barrage de Manantali, Fleuve Sénégal, Tests statistiques, KhronoStat.

# Table des matières

RESUME .....	IV
INTRODUCTION GENERALE .....	1
CHAPITRE I : PRESENTATION DE L'OUTIL STATISTIQUE DE BASE .....	2
<i>I-1-Introduction</i> .....	3
<i>I-2-2-Variable aléatoire (V.A.)</i> .....	3
<i>I-2-3-Caractéristiques des séries de données pour une population et pour un échantillon.</i> .....	3
I-2-3-1-Population .....	3
I-5-3-2-Échantillon .....	3
I-2-3-3-Caractéristiques de tendance centrale .....	3
I-2-3-3-1-Moyenne arithmétique .....	3
I-2-3-3-2-Médiane .....	4
I-2-3-3-3-Mode.....	4
I-2-3-3-4-Quantiles d'ordre k .....	5
I-2-3-4-Caractéristiques de la population.....	5
I-2-3-4-1-Moment non centré d'ordre r .....	5
I-2-3-4-2-Le moment centré d'ordre r par rapport à la moyenne m.....	5
I-2-3-5-Les caractéristiques de dispersion .....	6
I-2-3-5-1-Variance et écart-type .....	6
I-2-3-5-2-Coefficient de variation.....	7
I-2-3-5-3-Etendue .....	8
I-2-3-5-4-Coefficient d'asymétrie.....	8
I-2-3-5-5- Coefficient d'aplatissement .....	9
<i>I-2-4-Rappel sur les lois</i> .....	11
I-2-4-1-Fonction de répartition .....	11
I-2-4-2-Fonction densité de probabilité.....	11
I-2-4-3-Méthodes d'estimation des paramètres.....	11
I-2-4-3-1-Estimation par la méthode des moments.....	11
I-2-4-3-2-Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance (MMV) .....	11
<i>I-2-5-Les tests statistiques</i> .....	12
I-2-5-1-Principe d'un test d'hypothèse .....	12
I-2-5-2-Formulation des hypothèses .....	13
I-2-5-3-Hypothèse statistiques .....	13
I-2-5-4-Seuil de signification.....	14
I-2-5-5-Démarche à suivre pour élaborer un test .....	14
I-2-5-6-Conditions d'applications d'un test .....	15
I-2-5-6-Test d'égalité des variances (Test F) .....	15
I-2-5-7- Test de STUDENT (t) sur l'égalité des moyennes (variances égales, mais non connues).....	16
I-2-5-8 Test du point de rebroussement (pic ou creux) .....	16
<i>I-2-6-Les tests utilisés dans le KhronoStat</i> .....	17
I-2-6-1-Tests vérifiant le caractère aléatoire .....	17

I-2-6-1-1-Test de corrélation sur le rang (kendall et stuart. 1943 : wmo. 1966) .....	18
I-2-6-1-2-Autocorrélogramme-coefficient d'auto-corrélation d'ordre k.....	18
I-2-6-2-Tests de détection de ruptures .....	19
I-2-6-2-1-Test de Mann-Whitney (Pettitt. 1979; Ceresta. 1986).....	19
I-2-6-2-2-Statistique U de Buishand (1982, 1984).....	20
I-2-6-2-3-Ellipse de contrôle .....	21
I-2-6-2-4-Méthode bayésienne .....	21
I-2-6-2-5-Méthode de segmentation des séries hydrométéorologiques.....	22
I-2-6-3-Hypothèses des tests du KhronoStat et interprétation.....	23
I-2-6-3-1-Tests d'indépendance.....	23
I-2-6-3-2-Test d'homogénéité.....	24
I-2-7-Test d'ajustement et principe d'ajustement graphique.....	24
I-2-7-1-Test de $\chi_2$ (Chi-carré) .....	24
I-2-7-2-Test de Kolmogorov-Simirnoff .....	25
I-3- CONCLUSION .....	25

**CHAPITRE II : SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES METHODES STATISTIQUES DE  
TRAITEMENT ET D'ANALYSE DE LA VARIABILITE TEMPORELLE DES SERIES DE DONNEES**  
.....26

INTRODUCTION .....	27
CONCLUSION.....	33

**CHAPITRE III : TRAITEMENT DE DONNEES, ANALYSE ET INTERPRETATION DES  
RESULTATS.....34**

III-1 INTRODUCTION .....	35
III-2-CADRE PHYSIQUE .....	35
III-3-RESEAU HYDROGRAPHIQUE.....	36
III-4-RESEAU HYDROMETRIQUE.....	37
III-5-DONNEES UTILISEES .....	37
III-6- METHODOLOGIE .....	38
III-7-PREPARATION DES DONNEES .....	38
III-8-PRESENTATION ET SYNTHÈSE DES RESULTATS.....	39
III-8-1-caractéristiques statistiques des débits mensuels et des modules.....	39
III-8-2-Ajustement et tests d'ajustement sur les modules des stations.....	41
III-8-2-1-Ajustement de modules : utilisation de Hydraccess.....	41
III-8-2-2-Principe du test d'ajustement à la loi normale sur modules d'Oualia.....	43
III-8-3 Les modules annuels .....	45
III-8-3-1-L'évolution interannuelle des modules annuels .....	45
III-8-3-3 Conclusion .....	49
III-8-3-3-Tests d'indépendance.....	49
III-8-3-3-1-Analyse des corrélogrammes.....	49
III-8-3-3-2-Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 .....	50
III-8-3-3-3-Test sur le rang de Kendall sur les modules annuels .....	51
III-8-3-3-4-Le test des ponts de rebroussement .....	52

III-8-3-3-4- Synthèses des tests d'indépendance .....	52
III-8-3-4- Tests d'homogénéité.....	53
III-8-3-4-1-Test de Buishand sur les modules .....	53
III-8-3-4-2-Analyse des ellipses de Bois .....	53
III-8-3-4-3-Analyse de la procédure de segmentation des séries de modules annuels.....	55
III-8-3-4-4-Statistique bayésienne.....	57
III-8-3-4-5-Test de Pettitt sur les modules annuels.....	58
III-8-3-4-6-Synthèse des tests d'homogénéité .....	59
III-8-4-Débits moyens mensuels .....	60
III-8-4-1-L'évolution interannuelle des débits moyens mensuels .....	60
III-8-4-2-L'évolution temporelle débits moyens mensuels centrés et réduits .....	61
III-8-4-3-Tests d'indépendance.....	62
III-8-4-3-1-Autocorrélogramme .....	62
III-8-4-3-2-les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 ( $r_1$ ).....	62
III-8-4-3-3-Test sur le rang de Kendall.....	63
III-8-4-3-4 test du point de rebroussement .....	64
III-8-4-3-5-Synthèse des tests d'indépendance.....	65
III-8-4-4-Tests d'homogénéité.....	67
III-8-4-4-1-Test U de Buishand .....	67
III-8-4-4-2-Ellipse de contrôle de Bois.....	68
III-8-4-4-3-Procédure de segmentation de Hubert.....	69
III-8-4-4-4-Résultats de la procédure de Lee et Heghinian sur les débits moyens mensuels .....	69
III-8-4-4-5-Résultats du Test de Pettitt sur les débits moyens mensuels.....	72
III-8-4-4-6-Synthèses des résultats les tests de détection de rupture.....	73
III-8-5-Conclusion.....	76
III-9 : ETUDE DE L'IMPACT DU BARRAGE DE MANANTALI SUR LES MODULES ET LES DEBITS MENSUELS .....	76
III-9-1-Introduction .....	76
III-9-2-Méthodologie.....	77
III-9-3-Résultats du test de Student et du test F .....	78
III-9-4-Impact du barrage sur les séries de modules .....	78
III-9-3-3-Impact du barrage sur les débits moyens mensuels.....	79
III-9-4-Conclusion.....	81
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>82</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>84</b>
<b>ANNEXE.....</b>	<b>87</b>





## Liste des figures

Figure I-1: Distribution symétrique.....	9
Figure I-2: Distribution étalée vers la Gauche .....	9
Figure I-3: Distribution étalée vers la droite .....	9
Figure I-4: Différentes distribution selon le coefficient d'aplatissement.....	10
Figure III-1 : Limite du bassin versant du fleuve Sénégal .....	36
Figure III-2 : Stations hydrométriques retenues.....	37
Figure III-3: Ajustement aux lois des modules des stations étudiées.....	42
Figure III-4: Evolution interannuelles des modules annuels de stations d'étude .....	46
Figure III-5: Evolution interannuelles des modules annuels centrés et réduits de stations d'étude .....	48
Figure III-6: Autocorrélogrammes des modules annuels de stations d'étude.....	50
Figure III-7: Ellipses de contrôles des modules annuels de station d'étude .....	55
Figure III-8: Segmentations des modules annuels de station d'étude.....	57

# Liste des tableaux

Tableau I-1: Types de tests .....	14
Tableau I-2: Types d'erreurs .....	14
Tableau III-1: Données caractéristiques de Bafing Makana .....	39
Tableau III-2: Données caractéristiques de Bakel.....	39
Tableau III-3: Données caractéristiques de Dakka Saïdou.....	40
Tableau III-4: Données caractéristiques de Gourbassi.....	40
Tableau III-5: Données caractéristiques de Kayes .....	40
Tableau III-6: Données caractéristiques de Oualia .....	40
Tableau III-7: Données caractéristiques de Manantali.....	41
Tableau III-8: Principe du test de Chi-deux .....	43
Tableau III-9: Résultats du test d'ajustement de Khi-deux à la loi normale des modules annuels de stations .....	44
Tableau III-10: Principe du test de Kolmogorov-Smirnoff sur la série des données de Manantali.....	44
Tableau III-11: valeurs des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des modules de stations. ....	51
Tableau III-12: les valeurs de la variable U du test de corrélation des rangs de Kendall.....	52
Tableau III-13 : Résultats du test des points de rebroussement .....	52
Tableau III-14: Synthèse des tests d'indépendance : Hypothèse nulle H0 : « la série est aléatoire » .....	53
Tableau III-15: Résultats du test de Buishand sur les modules annuels.....	53
Tableau III-16: Mise en évidence de l'année de rupture des modules par la procédure de segmentation.....	56
Tableau III-17: Résultats des modules annuels du test de Lee et Heghinian .....	58
Tableau III-18: Résultats du test de Pettitt sur les modules annuels de stations d'étude .....	59
Tableau III-19: Synthèse des tests d'homogénéité sur les modules annuels de stations d'étude .....	60
Tableau III-20: Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des débits moyens mensuels de stations d'étude. ....	63
Tableau III-21: Résultats du test de Kendall au seuil de confiance 95% des débits moyens mensuels .....	64
Tableau III-22 : Résultats du test de rebroussement sur les débits moyens mensuels des stations d'étude .....	65
Tableau III-23: Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Bafing Makana. ....	66
Tableau III-24 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Bakel.....	66
Tableau III-25 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Dakka Saïdou.....	66
Tableau III-26 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Gourbassi.....	66
Tableau III-27 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Kayes .....	67
Tableau III-28 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Manantali.....	67
Tableau III-29 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels d'Oualia.....	67
Tableau III-30: Synthèse des résultats du test de Buishand sur les débits moyens mensuels .....	68
Tableau III-31: Résultats de la méthode Bayésienne sur les débits moyens mensuels .....	71
Tableau III-32: Résultats du test de Pettitt sur les débits moyens mensuels .....	73
Tableau III-33: Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Bafing Makana .....	74
Tableau III-34 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Bakel.....	74
Tableau III-35 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Dakka Saïdou.....	74
Tableau III-36 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Gourbassi.....	74
Tableau III-37 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Kayes .....	75
Tableau III-38 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Manantali.....	75

Tableau III-39 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels d'Oualia.....	766
Tableau III-40: Résultats des tests t et test F sur les débits mensuels et de modules annuels des stations.....	78
Tableau III-41: Synthèse des tests d'homogénéité des modules annuels de stations d'études.....	79
Tableau III-42: Comparaison des résultats et période de ruptures des tests d'homogénéité des débits moyens mensuels.....	80

## Liste des annexes

<i>Annexe 1 : Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels à la station de Bafing Makana</i> .....	88
<i>Annexe 2: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels à la station de Bakel</i> .....	89
<i>Annexe 3: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels à la station de Dakka Saïdou</i> .....	90
<i>Annexe 4: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels à la station de Gourbassi</i> .....	91
<i>Annexe 5: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels à la station de Kayes</i> .....	92
<i>Annexe 6: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels à la station d'Oualia</i> .....	93
<i>Annexe 7: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels à la station de Manantali</i> .....	94
<i>Annexe 8: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels centrés et réduits à la station de Bafing Makana</i> .....	95
<i>Annexe 9: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels centrés et réduits à la station de Bakel</i> .....	96
<i>Annexe 10: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels centrés et réduits à la station de Daka Saïdou</i> .....	97
<i>Annexe 11: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels centrés et réduits à la station de Gourbassi</i> .....	98
<i>Annexe 12: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels centrés et réduits à la station de Kayes</i> .....	99
<i>Annexe 13: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels centrés et réduits à la station d'Oualia</i> .....	100
<i>Annexe 14: Evolutions interannuelles des débits moyens mensuels centrés et réduits à la station de Manantali</i> .....	101
<i>Annexe 15 : Autocorrélogrammes des débits moyens mensuels à la station de Bafing Makana</i> .....	102
<i>Annexe 16: Autocorrélogrammes des débits moyens mensuels à la station de Bakel</i> .....	103
<i>Annexe 17: Autocorrélogrammes des débits moyens mensuels à la station de Daka Saïdou</i> .....	104
<i>Annexe 18: Autocorrélogrammes des débits moyens mensuels à la station de Gourbassi</i> .....	105
<i>Annexe 19: Autocorrélogrammes des débits moyens mensuels à la station de Kayes</i> .....	106
<i>Annexe 20: Autocorrélogrammes des débits moyens mensuels à la station d'Oualia</i> .....	107
<i>Annexe 21: Autocorrélogrammes des débits moyens mensuels à la station de Manantali</i> .....	108
<i>Annexe 22: Ellipses de contrôles des débits moyens mensuels de la station de Bafing Makana</i> .....	109
<i>Annexe 23: Ellipses de contrôles des débits moyens mensuels de la station de Bakel</i> .....	110
<i>Annexe 24: Ellipses de contrôles des débits moyens mensuels de la station de Daka Saïdou</i> .....	111
<i>Annexe 25: Ellipses de contrôles des débits moyens mensuels de la station de Gourbassi</i> .....	112
<i>Annexe 26: Ellipses de contrôles des débits moyens mensuels de la station de Kayes</i> .....	113
<i>Annexe 27: Ellipses de contrôles des débits moyens mensuels de la station d'Oualia</i> .....	114
<i>Annexe 28: Ellipses de contrôles des débits moyens mensuels de la station de Manantali</i> .....	115
<i>Annexe 29: Segmentations des séries de débits moyens mensuels de la station de Bafing Makana</i> .....	116
<i>Annexe 30: Segmentations des séries de débits moyens mensuels de la station de Bakel</i> .....	117
<i>Annexe 31: Segmentations des séries de débits moyens mensuels de la station de Daka Saïdou</i> .....	118
<i>Annexe 32: Segmentations des séries de débits moyens mensuels de la station de Gourbassi</i> .....	119
<i>Annexe 33: Segmentations des séries de débits moyens mensuels de la station de Kayes</i> .....	120
<i>Annexe 34: Segmentations des séries de débits moyens mensuels de la station d'Oualia</i> .....	121
<i>Annexe 35: Segmentations des séries de débits moyens mensuels de la station de Manantali</i> .....	122

## Liste des sigles

AMMA : Analyse Multidisciplinaire de la Moussa Africaine.  
IRD : Institut de Recherche pour le Développement  
OMVS : Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal  
E.T.P : évapotranspiration

## Liste des acronymes

Con : Conclusion

$E(S_k^*)$  : Espérance mathématique de  $S_k^*$

$H_0$  : hypothèse nulle

$H_1$  : hypothèse alternative

max : maximal

min : minimal

Moy : moyenne ( $\bar{X}$ )

$MS_k$  : moyenne segmentée d'ordre k, avec  $k=1,2,\dots$

Proba : probabilité

$r_k$  : coefficient d'autocorrélation d'ordre k

sgn : signe

$S_k$  : somme des écarts à la moyenne

$S_n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) : Segmentation d'ordre N

U : variable normale centrée-réduite

$U_{0,025}$  : variable normale réduite pour un seuil de signification de 2,5%

$U_{t,N}$  : variable du test de Pettitt

Var : variance

$\alpha$  : seuil de signification

S : écart-type

Cv : Coefficient de variation

$\gamma_1$  : Coefficient d'asymétrie

$\gamma_2$  : Coefficient d'aplatissement

$\mu'_r$  : moment centré d'ordre r pour une variable discrète.

$\mu_r$  : moment centré d'ordre r pour une variable continue

$m'_r$  : moment non centré d'ordre r pour une variable discrète.

$m_r$  : moment non centré d'ordre r pour variable continue

Mod : module

Méd : médiane

Var : variance

C. Ap :

E : étendue

$E(X)$  : Espérance mathématique.

$Dm$  : écart quadratique

$d_k$  : sommes des carrés des écarts à la moyenne

$\tau$  : position dans le temps (Lee et Heghinian)

$\delta$  : l'amplitude de changement de moyenne (Lee et Heghinian)

$\mu$  : moyenne de la variable de Lee et Heghinian

$\Delta$  : l'amplitude de changement de moyenne de Buishand

$\sigma_k$  : écart-type de Lee et Heghinian

$\varepsilon_i$  : variable aléatoire de moyenne nulle et de  $\sigma^2$  de Lee et Heghinian.

# Introduction générale

L'analyse des séries de variables hydroclimatiques (pluie, débits, ETP,...) est une étape incontournable pour la détermination des débits de projets indispensables aux ~~problèmes~~ de dimensionnement des ouvrages et aménagements hydrauliques. Ces séries contiennent des informations sur l'évolution climatique, et sur les modifications des régimes hydrologiques induites par ces aménagements.

En effet, l'estimation de la distribution des crues à partir des chroniques de débits disponibles repose sur l'hypothèse que celle-ci reste inchangeable au cours du temps et que les observables récentes s'inscrivent dans la continuité des précédentes. Or ne pas prendre en compte la possibilité d'une rupture ou d'une tendance dans l'historique des débits pourrait avoir des conséquences désastreuses : si les séries hydrologiques ne s'avèrent pas stationnaires, les systèmes de défense contre les crues seraient alors mal dimensionnés (LEMAITRE, 2002). Par ailleurs, l'existence du réchauffement climatique à l'échelle de la planète étant reconnue, les hydrologues s'interrogent sur les conséquences possibles de ce réchauffement sur les régimes hydrométriques. La réponse à cette question est complexe : si la hausse des températures se traduit par un accroissement de l'évapotranspiration et par conséquent des précipitations, elle entraîne également une augmentation de l'évaporation de l'eau de pluie. L'écoulement étant la différence des deux phénomènes, l'évolution des régimes hydrométriques est loin d'être évidente. De plus, certaines activités humaines, comme par exemples l'urbanisation, les déforestations, les émissions de gaz à effet de serre, le développement de nouvelles pratiques agricoles, la construction des barrages, peuvent également avoir un impact sur le cycle hydrologique et sur l'écoulement des eaux.

Ce travail a pour but, d'analyser des séries chronologiques de débits pour mettre en évidence et caractériser l'homogénéité et l'indépendance d'une série.

La première partie de ce travail est donc consacrée à la mise en place d'un outil statistique de base permettant une meilleure analyse des données.

Ensuite, dans un second temps, une synthèse bibliographique sur les techniques de traitement statistiques des données climatiques.

La troisième partie de ce travail porte sur le traitement, l'analyse des données et l'interprétation des résultats. Et enfin nous terminerons par une conclusion et perspectives.

# Chapitre I : Présentation de l'outil statistique de base



## **I-1-Introduction**

L'objectif principal de ce chapitre est de donner quelques méthodes de base permettant une meilleure analyse de données recueillies. Dans ce chapitre après avoir dégagé la notion de variable aléatoire, un rappel sur les lois, sur quelques tests et leurs principes seront soulignés.

### **I-2-2-Variable aléatoire (V.A)**

Une variable aléatoire est une variable que l'on ne peut pas prédire. C'est une variable incertaine. On la note  $X$  qui peut être notée  $Q$  si ce sont les débits,  $P$  si c'est les précipitations,  $T$  température... Elle est discrète si elle ne peut prendre que certaines valeurs en nombre fini, elle est continue si elle peut prendre toutes les valeurs dans un intervalle donné. (BOBEE B, 1978).

### **I-2-3-Caractéristiques des séries de données pour une population et pour un échantillon.**

#### **I-2-3-1-Population**

La population est l'ensemble des individus ou unités statistiques sur lesquels porte l'étude statistique ou, plus spécifiquement, l'ensemble des individus ou unités statistiques sur lesquels porteront les conclusions de l'étude.

#### **I-5-3-2-Échantillon**

Un échantillon est un sous-ensemble de la population. Idéalement, on voudrait que ce sous-ensemble soit représentatif de la population.

#### **I-2-3-3-Caractéristiques de tendance centrale**

Elles donnent une idée de l'ordre de grandeur des valeurs constituant la série. Les principales caractéristiques de tendance centrale sont : la moyenne arithmétique, le mode, la médiane et les quantiles.

##### **I-2-3-3-1-Moyenne arithmétique**

C'est le rapport entre la somme des  $N$  valeurs observées par le nombre  $N$  d'observations. Elle varie selon que la moyenne de la variable quantitative  $Q$  soit calculée à partir d'une population ou d'un échantillon aléatoire.

Soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$ ,

$$\text{Moyenne} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i}{N} \quad (I-1)$$

Si la moyenne calculée est un paramètre de la population, ou est considéré<sup>e</sup> comme tel, on utilise la lettre grecque  $\mu$  pour la désigner. Si la moyenne calculée est une statistique calculée à partir d'un échantillon aléatoire, afin d'estimer éventuellement le paramètre  $\mu$  correspondant dans la population, on la note  $\bar{Q}$ .

Il arrive parfois que la seule information dont on dispose sur une variable quantitative discrète soit un tableau de fréquences contenant la distribution des effectifs et/ou la distribution des fréquences relatives. Dans un tel cas, les formules déjà présentées pour la moyenne comme suit :

- soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_K\}$ , l'ensemble des modalités observées d'une variable quantitative discrète  $Q$  dans une population de  $N$  individus.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^K N_i Q_i}{N} = \sum_{i=1}^K Q_i f_i \quad (I-2)$$

Où  $N_i$  et  $f_i$  sont l'effectif et la fréquence relative de  $Q_i$ .

- Soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_K\}$  l'ensemble des modalités observées d'une variable quantitative discrète  $Q$  dans un échantillon aléatoire de  $N$  individus.

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^K N_i Q_i}{N} = \sum_{i=1}^K f_i Q_i \quad (I-3)$$

où  $N_i$  et  $f_i$  sont l'effectif et la fréquence relative de  $Q_i$

### I-2-3-3-2-Médiane

C'est la valeur qui partage la série en deux parties comprenant exactement le nombre de données de part et d'autre lorsque cette série est en ordre croissant ou décroissant. Elle correspond à la fonction de répartition égale  $\frac{1}{2}$  :

$$F(x) = 1/2. \quad (I-4)$$

### I-2-3-3-3-Mode

Comme l'illustrent les définitions qui suivent, le mode d'une distribution n'est pas toujours défini de façon unique. Le mode sert en quelque sorte à identifier le «pic» ou les «pics» de la distribution. Le mode est la valeur de la plus grande fréquence que l'on observe dans une série d'observations.

### I-2-3-3-4-Quantiles d'ordre k

Les quantiles d'ordre k sont les **k-1** valeurs qui divisent une série statistique en k classes de même effectif ou approximativement de même effectif. Ce sont des caractéristiques de position partageant la série statistique ordonnée en k classes. Le quantile  $x_i$  d'ordre k de x est tel que :

$$\text{Pr oba}(X \leq x_i) = \frac{i}{n} \quad (I-5)$$

Avec i le numéro de l'ordre de l'intervalle, et n le nombre d'intervalles.

### I-2-3-4-Caractéristiques de la population

#### I-2-3-4-1-Moment non centré d'ordre r

➤ Le moment non centré d'ordre r pour le cas des variable discrètes est donné par :

$$m'_r = \sum_{i=1}^N x_i^r P_i \quad (I-6)$$

➤ Et il est donné, pour le cas des variable continue avec  $f(x)$  la densité de probabilité d'une loi, par :

$$m_r = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^r f(x) dx \quad (I-7)$$

Le moment centré d'ordre 1 noté  $m_1 = m$  est égal à la moyenne ou à l'espérance mathématique donnée par :

➤ Cas des variables discrètes :

$$E'(x) = \sum_{i=1}^N P_i x_i \quad (I-8)$$

➤ Cas des variables continues :

$$E(x) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x f(x) dx \quad (I-9)$$

#### I-2-3-4-2-Le moment centré d'ordre r par rapport à la moyenne m

Le moment centré d'ordre r par rapport à la moyenne m est donné par :

➤ Cas des variables ~~sont~~ discrètes :

$$\mu'_r = \sum_{i=1}^N (x_i - m)^r P_i \quad (I-10)$$

➤ ...Cas des variables ~~sont~~ continues :

$$\mu_r = \int_a^b (x - m)^r f(x) dx \quad (I-11)$$

### I-2-3-5-Les caractéristiques de dispersion

Ces caractéristiques quantifient les fluctuations des valeurs observées autour de la valeur centrale et permettent d'apprécier l'étalement de la série. Les principales sont : l'écart-type ou son carré appelé variance, le coefficient de variation, le coefficient d'asymétrie, le coefficient d'aplatissement et l'étendue.

#### I-2-3-5-1-Variance et écart-type

La variance représente la moyenne de la somme des carrés des écarts par rapport à la moyenne arithmétique.

L'écart-type essaie d'identifier ce qu'on peut considérer comme une déviation ou un écart typique entre une observation quelconque et la tendance centrale mesurée par la moyenne.

- Soit  $\{Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans une population de  $N$  individus et soit  $\mu$  la moyenne de ces  $N$  valeurs, alors la variance de  $Q$  est donnée par :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Q_i - \mu)^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i^2 - N\mu^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i^2}{N} - \mu^2 \quad (\text{I-12})$$

Et son écart-type est :

$$Ecartype = \sigma \quad (\text{I-13})$$

Si l'écart-type est une statistique calculée à partir d'un échantillon aléatoire afin d'estimer éventuellement le paramètre  $\sigma$  correspondant dans la population, on doit non seulement utiliser une autre notation mais on doit aussi modifier légèrement la formule utilisée. Cette correction de la formule à utiliser est nécessaire afin de s'assurer que la statistique utilisée soit un «bon» estimateur du paramètre  $\sigma$  à estimer.

- Soit  $\{Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans un échantillon aléatoire de  $N$  individus et soit  $\bar{Q}$  la moyenne de ces  $N$  valeurs, alors la variance corrigée de  $Q$  est :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Q_i - \bar{Q})^2}{N-1} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i^2 - N\bar{Q}^2}{N-1} \quad (\text{I-14})$$

Et l'écart-type corrigé de  $Q$  est :

$$Ecartype = S \quad (\text{I-15})$$

Il arrive parfois que la seule information dont on dispose sur une variable quantitative discrète soit un tableau de fréquences contenant la distribution des effectifs et/ou la distribution des

fréquences relatives. Dans un tel cas, les formules déjà présentées pour la moyenne et l'écart-type se réécrivent comme suit :

- ✓ soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_K\}$  l'ensemble des modalités observées d'une variable quantitative discrète  $Q$  dans une population de  $N$  individus.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^K N_i (Q_i - \mu)^2}{N} = \sum_{i=1}^K f_i (Q_i - \mu)^2 \quad (I-16)$$

ou

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^K N_i Q_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{\sum_{i=1}^K f_i Q_i^2}{N} - \mu^2 \quad (I-17)$$

où  $N_i$  et  $f_i$  sont l'effectif et la fréquence relative de  $Q_i$ .

- ✓ Soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_K\}$  l'ensemble des modalités observées d'une variable quantitative discrète  $Q$  dans un échantillon aléatoire de  $N$  individus.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^K N_i (Q_i - \bar{Q})^2}{N-1} = \left( \frac{N}{N-1} \right) \sum_{i=1}^K f_i (Q_i - \bar{Q})^2 \quad (I-18)$$

Ou

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^K N_i Q_i^2 - N \bar{Q}^2}{N-1} = \left( \frac{N}{N-1} \right) \left( \sum_{i=1}^K f_i Q_i^2 - \bar{Q}^2 \right) \quad (I-19)$$

L'écart-type  $S$  caractérise la dispersion d'une série de valeurs. Plus  $S$  est petit, plus les données sont regroupées autour de la moyenne arithmétique et plus la population est homogène ; cependant avant de conclure il faut faire attention à l'ordre de grandeur des données. La variance est une meilleure caractéristique de dispersion.

### I-2-3-5-2-Coefficient de variation

C'est le rapport entre l'écart-type de la population et sa moyenne.

- ✓ Soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans une population de  $N$  individus. Le coefficient de variation de  $Q$  peut se définir par :

$$C_v = \frac{\sigma}{\mu} \quad (I-20)$$

- ✓ Soit  $\{Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans un échantillon aléatoire de  $N$  individus. Soit  $\bar{Q}$ , la moyenne de  $Q$ , et  $S$ , l'écart-type corrigé de  $Q$ , dans l'échantillon. On peut estimer le coefficient de variation  $C_v$  à l'aide de la statistique qui suit :

$$\hat{C}_v = \frac{S}{\bar{Q}} \quad (I-21)$$

(rapport entre l'écart-type estimé sur la moyenne estimée).

Il permet d'apprécier la représentation de la moyenne arithmétique par rapport à l'ensemble des données, mais aussi permet d'apprécier l'homogénéité de la distribution. Une valeur de coefficient de variation inférieure à 15% traduit une bonne homogénéité de la distribution et aussi permet de comparer deux distributions même si les données ne sont pas exprimées avec la même unité ou si les moyennes arithmétiques des deux séries sont très différentes (Veysseyre 2001)

### I-2-3-5-3-Etendue

L'étendue d'une distribution est l'écart maximal qui peut être observé entre deux valeurs de la variable. Elle donne une idée appréciable de la dispersion. Elle se définit comme la différence entre le maximum observé et le minimum observé :

$$E = Q_{\max} - Q_{\min} \quad (I-22)$$

### I-2-3-5-4-Coefficient d'asymétrie

Le coefficient d'asymétrie noté  $\gamma_1$ , permet de juger de la présence d'une asymétrie et du type de celle-ci. Il s'agit d'une mesure parfois délicate à utiliser et interpréter qui est surtout valable pour les distributions uni-modales.

✓ Soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans une population de  $N$  individus. Un coefficient d'asymétrie de  $Q$  peut se définir par :

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{Q_i - \mu}{\sigma} \right)^3 \quad (I-23)$$

✓ Soit  $\{Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans un échantillon aléatoire de  $N$  individus. Soit  $\bar{Q}$ , la moyenne de  $Q$ , et  $s$ , l'écart-type corrigé de  $Q$ , dans l'échantillon. On peut estimer le coefficient d'asymétrie  $\gamma_1$  à l'aide de la statistique qui suit :

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \sum_{i=1}^N \left( \frac{Q_i - \bar{Q}}{s} \right)^3 \quad (I-24)$$

❖ Si une distribution est parfaitement symétrique, alors son moment centré d'ordre 3 est nul et par conséquent  $\gamma_1 = 0$ . L'inverse n'est pas toujours vrai, c'est-à-dire que le fait d'observer  $\gamma_1 = 0$  n'entraîne pas, d'un point de vue formel, que la distribution soit parfaitement

symétrique. Il est rare toutefois que, dans un tel cas, on soit en présence d'une asymétrie prononcée.

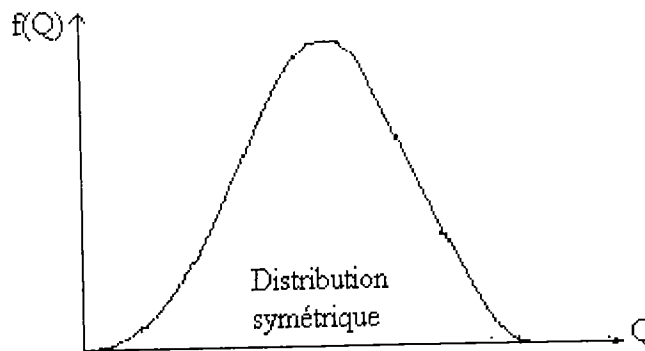


Figure I-1: Distribution symétrique

- ❖ Si  $\gamma_1 < 0$ , on est habituellement en présence d'une distribution asymétrique à droite, c'est-à-dire d'une distribution s'étirant plus vers la gauche que la droite.

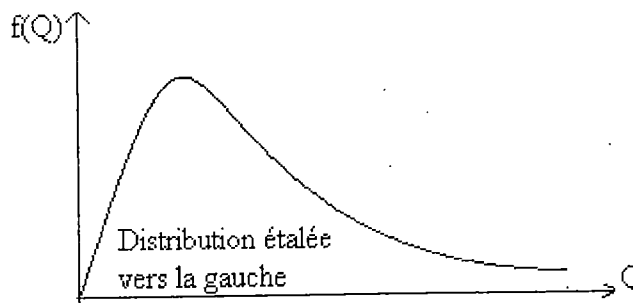


Figure I-2: Distribution étalée vers la Gauche

- ❖ Si  $\gamma_1 > 0$ , on est habituellement en présence d'une distribution asymétrique à gauche, c'est-à-dire d'une distribution s'étirant plus vers la droite que la gauche.

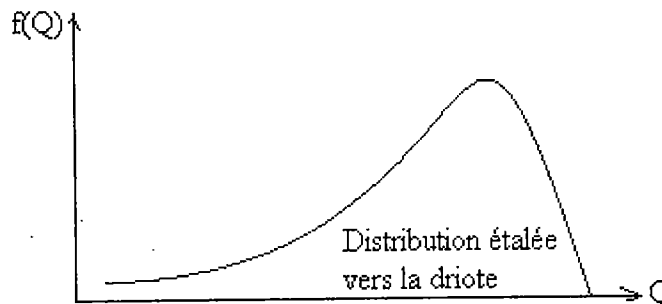


Figure I-3: Distribution étalée vers la droite

*à l'inverse d'habitude*

### I-2-3-5-5- Coefficient d'aplatissement

Le coefficient d'aplatissement, noté  $\gamma_2$  permet de comparer l'aplatissement d'une distribution avec celui d'une loi normale. Il s'agit d'une mesure très délicate à utiliser et interpréter. Elle est surtout valable pour les distributions uni-modales et sans asymétrie prononcée. C'est l'importance (ou épaisseur) des «franges» (ou «queues») de la distribution qui est surtout mesurée (BÉLISLE 1999).

- ✓ Soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $N$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans une population de  $N$  individus. Un coefficient d'aplatissement de  $Q$  peut se définir par:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4 - 3\sigma^4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{Q_i - \mu}{\sigma} \right)^4 - 3 \quad (1-25)$$

- ✓ Soit  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$  l'ensemble des  $n$  valeurs observées d'une variable quantitative  $Q$  dans un échantillon aléatoire de  $N$  individus. Soit  $\bar{Q}$ , la moyenne de  $Q$ , et  $s$ , l'écart-type corrigé de  $Q$ , dans l'échantillon. On peut estimer le coefficient d'aplatissement  $\gamma_2$  à l'aide de la statistique qui suit :

$$\hat{\gamma}_2 = \frac{N(N+1)}{(N-1)(N-2)(N-3)} \sum_{i=1}^N \left( \frac{Q_i - \bar{Q}}{s} \right)^4 - \frac{3(N-1)^2}{(N-2)(N-3)} \quad (1-26)$$

- ❖ Lorsque  $\gamma_2=0$ , la distribution est dite «mesokurtique» (BÉLISLE 1999). Il s'agit habituellement d'une distribution dont la forme est très proche de celle de la loi normale de même moyenne et de même écart-type.
- ❖ Lorsque  $\gamma_2 < 0$ , la distribution est dite «platykurtique» (BÉLISLE 1999). Il s'agit habituellement d'une distribution ayant des franges plus épaisses que celles de la loi normale. La forme d'une telle distribution est habituellement plus aplatie, ou moins effilée, que celle de la loi normale de même moyenne et de même écart-type.
- ❖ Lorsque  $\gamma_2 > 0$ , la distribution est dite «leptokurtique» (BÉLISLE 1999). Il s'agit habituellement d'une distribution ayant des franges moins épaisses que celles de la loi normale. La forme d'une telle distribution est habituellement moins aplatie, ou plus effilée, que celle de la loi normale de même moyenne et de même écart-type.

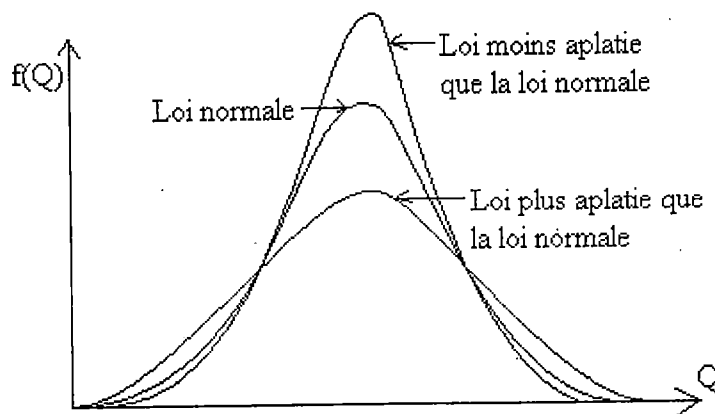


Figure I-4: Différentes distribution selon le coefficient d'aplatissement



## I-2-4-Rappel sur les lois

### I-2-4-1-Fonction de répartition

La fonction de répartition exprime la probabilité que la variable aléatoire  $Q$  reste inférieure ou égale à la valeur numérique  $x$  c'est-à-dire la probabilité au non dépassement de  $q$ . On la note :

$$F(x) = \text{Proba}(Q \leq q) \quad (I-27)$$

### I-2-4-2-Fonction densité de probabilité

La plupart des lois s'expriment sous forme de  $f(q, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$  : densité de probabilité. Elle est égale à la dérivée de  $F(q)$  par rapport à  $q$  et est telle que :

$$f(q) dq = \text{Pr oba}[q \leq Q \leq q + dq] \quad (I-28)$$

$$\text{donc } F(q) = \int_{q_0}^q f(q) dq \quad (I-29)$$

avec  $q_0$  la borne inférieure du domaine de définition.

Les paramètres des lois sont estimés à partir des méthodes d'estimation

### I-2-4-3-Méthodes d'estimation des paramètres

Pour estimer les paramètres d'une loi, nous nous contenterons dans ce mémoire d'utiliser deux méthodes : l'une des moments et l'autre du maximum de vraisemblance. Cependant il existe d'autres méthodes comme la méthode des moindres carrés, celle des moindres rectangles...

#### I-2-4-3-1-Estimation par la méthode des moments

La méthode moments consiste à écrire autant d'égalité entre moments tirés de la loi (moments théoriques) que de moments estimés d'après l'échantillon. Ceci permet d'avoir un système d'équation dont la résolution fournit les paramètres recherchés. On utilise les moments non centrés ou centrés d'ordre le plus bas (Bois Ph. 2007).

#### I-2-4-3-2-Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance (MMV)

Cette méthode tient compte de tous les éléments de l'échantillon individuellement. Prenons un échantillon de taille  $N$  dont les observables sont  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$ . on veut ajuster sur cette échantillon une distribution dont la densité de probabilité est  $f(Q, a, b, c)$ , où  $Q$  est une variable aléatoire ;  $a, b, c$  sont des paramètres de la loi.

Si les observables sont indépendantes :

Mémoire de DEA en Hydraulique et Mécanique des Fluides : Analyse et traitement statistique des variables hydroclimatiques sur le bassin versant du Fleuve Sénégal en Amont de Bakel.

$$P = \text{Prob}(Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_N) = P(Q_1) \cdot P(Q_2) \dots P(Q_i) \dots P(Q_N) \quad (\text{I-30})$$

Avec P, la probabilité d'obtenir l'échantillon considéré. Quand on considère la distribution de densité  $f(x, a, b, c)$ , on définit la vraisemblance par :

$$L = f(Q_1, a, b, c) \cdot f(Q_2, a, b, c) \dots f(Q_i, a, b, c) \dots f(Q_N, a, b, c) \quad (\text{I-31})$$

La méthode du maximum de vraisemblance consiste à rendre la vraisemblance par rapport aux paramètres :

$$\frac{\partial L}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial c} = 0 \quad (\text{I-32})$$

On obtient autant de relations que de paramètres.

Des fois il est plus facile de maximiser LogL et cela revient au même (BOBEE B., 1978).

## I-2-5-Les tests statistiques

La théorie de la statistique consiste à formuler des hypothèses particulières sur des paramètres ou sur des lois qui interviennent dans problèmes étudiés, puis à amener un jugement sur ces hypothèses. Ce jugement est basé d'une part, sur les résultats obtenus sur un ou plusieurs échantillons extraits de la population concernée et d'autre part sur l'acceptation d'un certain risque dans la prise de décision.

Les tests peuvent être classés en différentes catégories :

- tests sur une hypothèse relative à la valeur particulière d'un ou de plusieurs paramètre(s) ou tests paramétriques,
- tests de conformité de deux distributions ou tests d'ajustement entre une distribution théorique et une distribution expérimentale,
- tests de comparaison de deux populations (comparaison de deux variances, des moyennes...)
- tests d'indépendance de deux caractères quantitatifs ou qualitatifs

### I-2-5-1-Principe d'un test d'hypothèse

Soit une population dont les éléments possèdent un certain caractère, dénombrable ou mesurable. Ce caractère est une variable aléatoire Q dont la loi de probabilité dépend d'un paramètre  $\theta$ , dont la valeur exacte est inconnue. Cependant, grâce à des connaissances déduites des propriétés d'échantillons ou grâce à une certaine expérience, on est à mesure de formuler une hypothèse sur ce paramètre,  $\theta = \theta_0$ , par exemple.

Une hypothèse est un énoncé quantitatif sur les caractéristiques d'une population.

La statistique utilisée pour estimer ce paramètre  $\theta$  lui donne une valeur différente de  $\theta_0$ ,  $\theta'_0$  par exemple. La différence entre ces deux valeurs  $\theta_0$  et  $\theta'_0$  peut être due, soit à des fluctuations d'échantillonnage, soit à une mauvaise appréciation de la valeur de  $\theta$ , ou encore à d'autres raisons.

Pour décider si l'hypothèse  $\theta = \theta_0$ , formulée à l'égard du paramètre, peut être acceptée ou rejetée, par comparaison avec la valeur  $\theta'_0$  déduite de l'échantillon il faut élaborer une stratégie permettant de tester si l'écart observé  $|\theta_0 - \theta'_0|$  est trop grand pour être dû aux erreurs d'échantillonnage, ou au contraire, n'est pas en contradiction avec la loi de la variable aléatoire  $Q$ .

Dans le premier cas, on doit rejeter l'hypothèse  $\theta = \theta_0$ , on dit que le test est significatif ; en revanche, dans le deuxième cas on doit garder l'hypothèse  $\theta = \theta_0$ .

### **I-2-5-2-Formulation des hypothèses**

Ayant un lot homogène d'éléments (la population) possédant un caractère mesurable, on veut savoir si le paramètre qui le caractérise est conforme aux normes. A cet effet, on prélève un échantillon de taille  $n$  qui nous permettra, à l'aide de ces  $n$  observations, de conclure, d'après des règles de décision, si le lot lui-même est vraisemblablement conforme ou non aux normes.

C'est un autre objectif d'échantillonnage d'une population.

Cette approche repose sur deux notions importantes, celle d'hypothèse statistique et celle de seuil de signification. Nous voulons comparer la moyenne d'un échantillon avec la moyenne  $\mu = \mu_0$  d'une population (c'est-à-dire nous voulons vérifier si le lot dont extrait l'échantillon, est vraisemblablement à la norme  $\mu_0$ ).

### **I-2-5-3-Hypothèse statistiques**

Pour se faire, nous énonçons d'abord deux hypothèses statistiques concernant la moyenne hypothétique de la population, soit l'hypothèse nulle, nous notons  $H_0 : \mu = \mu_0$  (le lot est conforme à la norme  $\mu_0$ ), et l'hypothèse alternative (ou encore contre hypothèse) que nous notons  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  (le lot n'est pas conforme à la norme).

On pourrait également prendre comme hypothèse alternative l'un ou l'autre des énoncés suivants :  $H_1 : \mu > \mu_0$  ou  $H_1 : \mu < \mu_0$ . toutefois une seule de ces trois alternatives est envisagée

lors de l'exécution d'un test statistique. Dans le cas où  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  nous sommes en présence

d'un test bilatéral ; dans le cas où  $H_1 : \mu > \mu_0$  nous avons un unilatéral à droite et unilatéral à gauche dans le cas où  $H_1 : \mu < \mu_0$ . Ces types de tests sont résumés dans le tableau ci-dessous (BOBEE, 1978)

**Tableau I-1: Types de tests**

Types de test		
Test unilatéral à gauche	test bilatéral	Test unilatéral à droite
$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$H_1 : \mu > \mu_0$

### I-2-5-4-Seuil de signification

En envisageant les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ , on peut commettre deux types d'erreurs :

- rejeter  $H_0$  alors qu'elle est vraie (erreur de type I).
- accepter  $H_0$  alors qu'elle est fausse et que  $H_1$  est vraie (erreur de type II).

**Tableau I-2: Types d'erreurs**

Décision \ Réalité	On accepte $H_0$	On rejette $H_0$
$H_0$ vraie	OK	Erreur de type I
$H_0$ Fausse	Erreur de type II	OK

Si l'on minimise l'erreur de type II alors on augmente le risque de type II et réciproquement. En pratique on minimise la taille de l'erreur de type I. On note  $\alpha$  le niveau ou seuil de signification, il représente la probabilité de commettre l'erreur de type I c'est-à-dire de rejeter  $H_0$  alors qu'elle est vraie.

De nombreux tests, présentés par la suite, sont basés sur cette approche.

### I-2-5-5-Démarche à suivre pour élaborer un test

Le résumé de la démarche pour élaborer un test est le suivant :

- Choix des hypothèses nulles et alternatives,
- Choix de la statistique du test (variable de décision),
- Choix de la valeur du risque de la première espèce  $\alpha$ ,

- Détermination de la région critique en fonction de  $\alpha$  (calculée en utilisant la distribution de la statistique sous  $H_0$ ),
- Calcul de la valeur expérimentale de la statistique,
- Conclusion : rejet ou validation de l'hypothèse nulle.

### I-2-5-6-Conditions d'applications d'un test

Pour qu'un test soit valable, il faut que certaines conditions soient réunies. Selon les conditions d'application, un test peut être paramétrique ou non-paramétrique, robuste ou libre. Un test est dit robuste si les résultats dépendent peu ou pas du fait que ses conditions d'application sont remplies ou pas. Les tests libres sont des tests robustes qui ne supposent aucune distribution particulière pour des données.

### I-2-5-6-Test d'égalité des variances (Test F)

Soient deux échantillons non corrélés de taille  $N_1$  et  $N_2$  tirés de 2 populations normales, on veut tester l'hypothèse d'égalité des variances de ces populations

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad (I-33)$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1 \\ \text{ou} \\ \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1 \end{cases} \quad (I-34)$$

Soient  $s_1^2$  et  $s_2^2$  les variances non biaisées des deux échantillons.

Si  $H_0$  est vraie ; le rapport  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$  a une distribution F avec  $v_1 = N_1 - 1$  et  $v_2 = N_2 - 1$  degrés de

liberté. La distribution F dépend de deux paramètres  $v_1$  et  $v_2$ . Pour un niveau de signification  $\alpha$ , on détermine la zone d'acceptation de  $H_0$  :

- Si  $F_1 < F < F_2$  on est dans la zone d'acceptation
- Si  $F < F_1$  on est dans la zone critique  $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ,
- Si  $F > F_2$  on est dans la zone critique  $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ .

En pratique si l'on appelle  $s_1^2$  la plus grande variance et  $s_2^2$  la plus petite, le rapport  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$  est

toujours supérieur à 1 et il suffit de comparer F avec la valeur critique  $F_2$ . Il ne s'agit pas

cependant de d'un test d'un côté, en effet, pour un niveau de signification  $\alpha$ , on considère  $F_2$  qui a une probabilité au dépassement  $\alpha/2$ .

- Si  $F > F_2$ , on rejette  $H_0$ ,
- Si  $1 < F < F_2$ , on accepte  $H_0$ .

### I-2-5-7- Test de STUDENT (t) sur l'égalité des moyennes (variances égales, mais non connues)

On suppose que les séries proviennent de populations de variance égale et on veut tester l'égalité des moyennes de deux populations dont les variances sont inconnues mais supposées égales. Pour cela on dispose de deux échantillons de tailles  $N_1$  et  $N_2$  dont les observations sont  $Q_{1i}$  et  $Q_{2i}$ . L'hypothèse  $H_0$  est l'égalité des moyennes  $\mu_1$  et  $\mu_2$  des populations

( $\mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$ ). La valeur de t est :

$$t = \frac{(\bar{Q}_1 - \bar{Q}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}} \quad (I-35)$$

$\bar{Q}_1$  et  $\bar{Q}_2$  sont des moyennes des échantillons.

La variance  $s^2$  est calculée par :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} (Q_{1i} - \bar{Q}_1)^2 + \sum_{i=1}^{N_2} (Q_{2i} - \bar{Q}_2)^2}{N_1 + N_2 - 2} \quad (I-36)$$

$$\text{ou encore } S^2 = \frac{(N_1 - 1)S_1^2 + (N_2 - 1)S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \quad (I-37)$$

Le nombre de degrés de liberté de t est  $v = N_1 + N_2 - 2$  connaissant  $v$  et le niveau de signification  $\alpha$  on en déduit les limites de la zone d'acceptation de  $H_0$ .

Si  $N_1$  et  $N_2$  sont petits ( $< 30$ ) les populations originales doivent être normales. Si  $N_1$  et  $N_2$  sont grands ( $> 30$ ) alors  $\bar{Q}_1$  et  $\bar{Q}_2$  sont distribués approximativement selon une loi normale et il de même pour  $(\bar{Q}_1 - \bar{Q}_2)$ .

### I-2-5-8 Test du point de rebroussement (pic ou creux)

Ce test est essentiellement utilisé pour mettre en évidence le caractère aléatoire des observations contenues dans une série chronologique. Un point de rebroussement est observation  $Q_{a_i}$  telle que (Kottegoda, 1980) :

- $Q_{a_i} < Q_{a_{i-1}}$  et  $Q_{a_i} < Q_{a_{i+1}}$  dans le cas d'un creux,

➤  $Qa_i > Qa_{i-1}$  et  $Qa_i > Qa_{i+1}$  dans le cas d'un pic.

On note qu'un rebroussement ne se produit ni au début ( $i=1$ ), ni à la fin ( $i=N$ ) d'une série. Dans une série d'effectif  $N$  donnée, le nombre  $Nr$  de points de rebroussement est une variable aléatoire caractérisée par ses caractéristiques statistiques théoriques :

$$\langle Nr \rangle = 2/3(N-2) \quad (I-38)$$

$$\text{Var}(Nr) = (16N-29)/90 \quad (I-39)$$

Un nombre de points de rebroussements trop faible ou trop élevé traduit un caractère non aléatoire.

Sous l'hypothèse nulle  $H_0$  « la série est aléatoire », la variance centrée et réduite,  $U(Nr) = (Nr - \langle Nr \rangle) / \{\text{Var}(Nr)\}^{1/2}$  suit une loi normale. Pour un niveau de signification  $\alpha$  donné l'hypothèse nulle est acceptée lorsque la double inégalité ci-dessous est vérifiée.

$$U_{\alpha/2} < U(Nr) < U_{1-\alpha/2}$$

Où  $U_{\alpha/2}$  et  $U_{1-\alpha/2}$  sont des variables de Gauss centrées et réduites correspondant respectivement à  $\alpha/2$  et  $1 - \alpha/2$ .

Le test admet comme alternative soit une tendance, soit une périodicité.

## I-2-6-Les tests utilisés dans le KhronoStat

La littérature hydrologique s'intéresse particulièrement à deux formes majeures de non-stationnarité, les tendances et les ruptures. C'est ainsi, dans le cadre d'une étude sur la variabilité climatique en Afrique de l'Ouest et Centrale non sahélienne pour l'analyse de séries hydrométéorologiques, que le logiciel KhronoStat utilisé a été élaboré par l'IRD - Institut de Recherche pour le Développement [Boyer et al., 1998].

L'étude de séries temporelles consiste principalement à isoler et analyser séparément chacune des composantes constitutives de la série (tendance, périodicité, autocorrélation, composante aléatoire). Ici, il s'agira de tester d'abord le caractère aléatoire de la série. Dans l'hypothèse où la série serait déclarée non-aléatoire, des tests seront appliqués pour tenter de caractériser la nature "non aléatoire" présente dans la série (détection de point de rupture, segmentation).

### I-2-6-1-Tests vérifiant le caractère aléatoire

Ces tests sont en général assez puissants pour faire une distinction entre le caractère aléatoire et le caractère non aléatoire de la série. Ces tests permettent de détecter des tendances dans des séries hydrologiques.

Une tendance est une modification graduelle dans les propriétés d'une variable aléatoire.

Parmi ces tests, nous distinguons le test de corrélation sur les rangs de Kendall et l'autocorrélogramme.

### I-2-6-1-1-Test de corrélation sur le rang (kendall et stuart, 1943 ; wmo, 1966)

Le test de corrélation sur le rang est utilisé pour tester l'indépendance des éléments consécutifs d'une série.

➤ L'hypothèse nulle à vérifier est : « la série des  $(Q_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ , est aléatoire » où  $Q_i$  désignent les réalisations de la variable  $Q$  observées à des pas de temps successifs égaux.

➤ L'hypothèse alternative de ce test est celle d'une tendance.

Ce test est basé sur la détermination du nombre de paires  $P$  pour lesquelles  $Q_j > Q_i$ ,  $j > i$ , avec  $i=1, \dots, N-1$ .

Pour  $N$  élevé, sous l'hypothèse nulle, la variable  $\tau$  donnée par :

$$\tau = 1 - \frac{4B}{N(N-1)} \quad (\text{I-40}) \quad \text{avec} \quad B = \frac{N(N-1)}{2} \cdot P \quad (\text{I-41})$$

$\tau$  suit une distribution normale de moyenne nulle et de variance égale à :

$$\sigma^2_\tau = \frac{2(2N+5)}{9N(N-1)} \quad (\text{I-42})$$

Si l'hypothèse nulle est vraie, alors la variable  $U = \tau / \sigma_\tau$  est une variable normale réduite.

Pour un risque  $\alpha$  de première espèce donné, on accepte l'hypothèse nulle si  $U = \tau / \sigma_\tau$  est comprise entre  $-U_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_\tau$  et  $U_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_\tau$  où  $U_{1-\frac{\alpha}{2}}$  désigne la valeur de la variable normale réduite de probabilité de non-dépassement  $(1-\alpha/2)$ .

Aucune condition d'application n'est requise pour ce test. Le test de corrélation sur le rang est puissant lorsque la non-stationnarité relève d'une tendance ou d'une rupture de la moyenne mais il n'est pas sensible à un changement brutal de l'écart-type. Lorsque l'on s'intéresse directement à la distribution asymptotique de la variable  $P$ , ce test porte le nom de test de Mann-Kendall.

### I-2-6-1-2-Autocorrélogramme-coefficient d'auto-corrélation d'ordre k

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$ , et plus généralement de l'autocorrélogramme permet de mesurer du caractère aléatoire d'une série chronologique. En effet on suppose qu'il existe des dépendances significatives entre les termes successifs d'une série non aléatoire.

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$  est donné par l'expression :



$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (Q_i - \bar{Q}_1)(Q_{i+k} - \bar{Q}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N-k} (Q_i - \bar{Q}_1)^2 \sum_{i=1}^{N-k} (Q_{i+k} - \bar{Q}_2)^2}} \quad (I-43)$$

avec  $\bar{Q}_1$  moyenne des observations  $(Q_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N-k$  et  $\bar{Q}_2$  moyenne des observations  $(Q_i)$ ,  $i=k+1, \dots, N$ .

Si une série chronologique est aléatoire, alors pour  $N$  grand,  $r_k \approx 0$  pour toute la valeur de  $k$  non nulle (Chatfield, 1989). Donc suit approximativement une distribution normale de moyenne nulle et de variance  $1/N$ . Pour un seuil de confiance  $\alpha$  donné, la région de confiance

est définie par :  $\pm \frac{U_{1-\alpha/2}}{\sqrt{N}}$ ,  $U$  étant la variable normale réduite.

Une importance particulière doit être accordée au comportement de l'autocorrélogramme pour de faibles valeurs de  $k$ , notamment pour  $k=1$  (WMO, 1966).

### I-2-6-2-Tests de détection de ruptures

Les tests présentés sont plus particulièrement puissants pour détecter des ruptures de la série chronologique. Une série chronologique est dite stationnaire si ses propriétés sont invariantes dans le temps. Sinon elle présente une rupture.

Une rupture peut être définie comme un changement brutal dans les propriétés d'un processus aléatoire. Elle suppose que ces propriétés sont stables de part et d'autre de l'année de rupture.

Parmi ces tests on peut citer : le test de Mann-Whitney (Pettitt), la statistique  $U$  de Buishand, l'ellipse de contrôle de Bois, la méthode bayésienne, et la procédure de segmentation de Hubert.

Les autres procédures statistiques utilisées pour analyser les séries chronologiques de débits sont des méthodes de détection de rupture, afin de caractériser la nature "non aléatoire" de la série.

#### I-2-6-2-1-Test de Mann-Whitney (Pettitt, 1979; Ceresta, 1986)

Le fondement de ce test est le suivant (Ceresta, 1986):

- ♣ la série étudiée est divisée en deux sous-échantillons respectivement de taille  $m$  et  $n$ .
- ♣ les valeurs des deux échantillons sont regroupées et classées par ordre croissant. On calcule alors la somme des rangs des éléments de chaque sous-échantillon dans l'échantillon total. Une statistique est définie à partir des deux sommes ainsi déterminées, et testée sous

l'hypothèse nulle d'appartenance des deux sous-échantillons à la même population. Ce test a été modifié par Pettit (Pettit, 1979) :

L'hypothèse nulle du test est l'absence de rupture dans la série.

Soit  $D_{ij} = \text{sgn}(Q_i - Q_j)$  avec  $\text{sgn}(q) = 1$  si  $q > 0$ ,  $0$  si  $q = 0$  et  $-1$  si  $q < 0$  avec  $q = (Q_i - Q_j)$ .

On considère la variable  $U_{t,N}$  telle que :

$$U_{t,N} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=t+1}^N D_{ij} \quad (I-44)$$

Soit 
$$K_N = \max_{1 \leq t < N} |U_{t,N}| \quad (I-45)$$

Si  $k$  désigne la valeur de  $k_N$  prise sur la série étudiée, sous l'hypothèse nulle, la probabilité de dépassement de la valeur  $k$  est donnée approximativement par :

$$\text{Proba.}(k_N > k) \approx 2 \exp(-6k^2 / (N^3 + N^2)) \quad (I-46)$$

Pour un risque  $\alpha$  de première espèce donné, si  $\text{Proba.}(k_N > k)$  est inférieur à  $\alpha$ , l'hypothèse nulle est rejetée. Le test est réputé pour sa robustesse.

#### I-2-6-2-2-Statistique U de Buishand (1982, 1984).

Le test présenté est de nature bayésienne et fait référence au modèle simple qui suppose un changement de moyenne de série :

$$X_i = \begin{cases} \mu + \varepsilon_i, & i = 1, \dots, m \\ \mu + \Delta + \varepsilon_i, & i = m + 1, \dots, n \end{cases} \quad (I-47)$$

Les  $\varepsilon_i$  sont des variables aléatoires normales de moyennes nulle et de variance commune  $\sigma^2$ . Le point de rupture  $m$  et les paramètres  $\mu$  et  $\Delta$  sont inconnus.

Soit la variable :

$$S^*_0 = 0, \quad S^*_k = \sum_{i=1}^k (Q_i - \bar{Q}) \quad \text{pour } k=1, \dots, N \quad (I-48)$$

ou  $\bar{Q}$  est la moyenne des valeurs  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$

$S^*_k$  est telle que :

$$E(S^*_k) = -k(N-m)N^{-1}\Delta, \quad k=0, \dots, N$$

$$E(S^*_k) = -m(N-k)N^{-1}\Delta, \quad k=m+1, \dots, N$$

$\text{Var}(S^*_k) = k(N-k)N^{-1}\sigma^2, \quad k=0, \dots, N$  Sous l'hypothèse nulle, la variable  $S^*_k$  suit une distribution normale de moyenne nulle et de variance  $k(N-k)N^{-1}\sigma^2, k=0, \dots, N$ .  $\sigma^2$  inconnue est remplacée par son estimateur à partir de la série étudiée. Il en résulte que la variable  $S^*_k$  suit une distribution de la moyenne nulle et de variance approximative

$$k(N-k)N^{-1}D_q^2, k=0, \dots, N \quad (I-49)$$

avec 
$$D_q^2 = \sum_{i=1}^N (Q_i - \bar{Q})^2 \quad (I-50)$$

En supposant une distribution a priori uniforme pour la position d'un point de rupture  $m$ , on définit la statistique  $U$  par :

$$U = [N(N+1)]^{-1} \sum_{k=1}^{N-1} (S_k^* / D_x)^2. \quad (I-51)$$

Des valeurs critiques de la statistique  $U$  sont données par Buishand (1982) à partir d'une méthode de Monte Carlo.

Pour tout changement de moyenne survenant au milieu de la série, la statistique  $U$  s'avère performante. La statistique  $U$  est une statistique robuste qui reste valide même pour des distributions de la variable étudiée qui s'écartent de la normalité.

Remarque : les tests basés sur les écarts cumulés ont des propriétés optimales dans le cas des changements brutaux de moyenne.

### I-2-6-2-3-Ellipse de contrôle

Cette méthode complète le test de la statistique  $U$  de Buishand (Bois, 1971, 1986).

Il est possible de définir une région de confiance contenant pour un seuil de confiance  $1-\alpha/2$

donné, la région de confiance est définie par  $\pm \frac{U_{1-\alpha/2} \sqrt{k(N-k)}}{\sqrt{(N-1)}} D_x$

Cette région de confiance est appelée ellipse de contrôle.

### I-2-6-2-4-Méthode bayésienne

Le principe de base de procédure est le suivant (Kolz et al., 1981, vol.1) :

$$X_i = \begin{cases} \mu + \varepsilon_i, & i = 1, \dots, \tau \\ \mu + \varepsilon_i + \delta, & i = \tau + 1, \dots, N \end{cases} \quad (I-52)$$

Les  $\varepsilon_i$  sont indépendants et normalement distribués, de moyenne nulle et variance  $\sigma^2$ .  $\tau, \delta, \mu, \sigma$  sont des paramètres inconnus

$$0 \leq \tau \leq N - 1, \quad -\infty < \mu < +\infty, \quad -\infty < \delta < +\infty \quad (I-53)$$

$\tau, \delta, \mu$  et  $\sigma$  sont indépendants.  $\tau$  et  $\delta$  représentent respectivement la position dans le temps et l'amplitude d'un changement éventuel de moyenne.

L'approche Bayésienne présentée est fondée sur la distribution marginale a posteriori de  $\tau$  et  $\delta$  (Lee and Heghinian, 1977).

Les distributions a priori  $\tau$  et  $\delta$  sont :

$$P(\tau) = \frac{1}{N-1}, \quad \tau=1, 2, \dots, N-1 \quad (1-54)$$

$P(\delta)$  est normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma_k^2$

La distribution a posteriori de  $\tau$  est définie par :

$$P(\tau/Q) \approx \frac{[N/(\tau(N-\tau))]^{1/2}}{[R(\tau)]^{(n-2)/2}} \quad (1-55) \quad 0 \leq \tau \leq N-1 \quad \text{avec}$$

$$R(\tau) = \frac{H(\tau)}{\sum_{i=1}^N (Q_i - \bar{Q}_N)^2} = \frac{\left[ \sum_{i=1}^{\tau} (Q_i - \bar{Q}_\tau)^2 + \sum_{i=\tau+1}^N (Q_i - \bar{Q}_{N-\tau})^2 \right]}{\sum_{i=1}^N (Q_i - \bar{Q}_N)^2} \quad (1-56)$$

$$\bar{Q}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_i \quad (1-57); \quad \bar{Q}_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} Q_i \quad (1-58); \quad \bar{Q}_{N-\tau} = \frac{1}{(N-\tau)} \sum_{i=\tau+1}^N Q_i \quad (1-59)$$

On sait que :

$$P(\delta/Q) = \sum_{\tau=1}^{N-1} P(\delta/\tau, Q) P(\tau/Q) \quad (1-60)$$

La distribution conditionnelle a posteriori de  $\delta$  par rapport à  $\tau$ ,  $P(\delta/\tau, Q)$ , est une distribution de Student de moyenne :

$$\hat{\delta}_\tau = \bar{Q}_{N-\tau} - Q_\tau \quad (1-61)$$

Et de variance :

$$\sigma_{\delta/\tau}^2 = \frac{NH(\tau)}{[(N-2)(\tau(N-\tau))]} \quad (1-62)$$

avec  $\nu = N-2$  degrés de liberté. Sa fonction densité de probabilité s'écrit :

$$P(\delta/\tau, Q) = \frac{\nu^{\nu/2} \Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(1/2) \Gamma(\nu/2) (\sigma_{\delta/\tau}^2)^{1/2}} \frac{1}{\left( \nu + \left( \delta + \hat{\delta}_\tau \right) / \sigma_{\delta/\tau} \right)^{(\nu+1)/2}} \quad (1-63)$$

La position dans le temps et l'amplitude d'un changement éventuel de moyenne sont définis par les modes des distributions a posteriori de  $\tau$  et  $\delta$ . A ces modes sont associés des probabilités.

### I-2-6-2-5-Méthode de segmentation des séries hydrométéorologiques

Une procédure de segmentation de séries hydrométéorologiques a été présentée par Hubert et al. (1989). Le principe de cette procédure est de découper la série en  $m$  segments ( $m < 1$ ) de telle sorte que la moyenne calculée sur tout segment soit significativement différente de la moyenne du (ou des) segment(s) voisin(s). Une telle méthode est appropriée à

la recherche de multiples changements de moyenne. La segmentation est définie de la façon suivante. Toute série  $Q_i, i=i_1, i_2$  avec  $i_1 > 1$  et  $i_2 < N$  où  $(i_1 < i_2)$  constitue un segment de série initiale des  $(Q_i), i=1, \dots, N$ . Toute partition initiale en  $m$  segments est une segmentation d'ordre  $m$  de cette série.

A partir d'une segmentation particulière d'ordre  $m$  pratiquée sur la série initiale, on définit :

- $i_k, k=1, 2, \dots, m$

- $n_k = i_k - i_{k-1}$

$$\clubsuit \bar{Q}_k = \frac{\sum_{i=i_{k-1}+1}^{i=i_k} Q_i}{n_k} \quad (I-64)$$

$$\clubsuit D_m = \sum_{k=1}^{k=m} d_k \quad (I-65) \quad \text{avec} \quad d_k = \sum_{i=i_{k-1}+1}^{i=i_k} (Q_i - \bar{Q}_k)^2 \quad (I-66)$$

La segmentation retenue doit être telle que pour un ordre  $m$  de segmentation donné, l'écart quadratique  $D_m$  soit minimum. Cette condition est nécessaire mais non suffisante pour la détermination de la segmentation optimale. Il faut lui adjoindre la contrainte suivante selon laquelle les moyennes des deux segments contigus doivent être significativement différentes. Cette contrainte est satisfaite par application du test de Scheffé (Dagnélie, 1970).

D'après les auteurs (Hubert et al., 1989), cette procédure de segmentation peut être interprétée comme un test de stationnarité « la série est stationnaire » constituant l'hypothèse nulle de ce test. Si la procédure ne produit de segmentation acceptable d'ordre supérieur ou égale à 2, l'hypothèse nulle est acceptée. Aucun niveau de signification n'est attribué à ce test.

### I-2-6-3-Hypothèses des tests du KhronoStat et interprétation

#### I-2-6-3-1-Tests d'indépendance

Pour les tests d'indépendance, l'hypothèse nulle est  $H_0$  : « la série est aléatoire ». L'hypothèse alternative est  $H_1$  : « la série n'est pas aléatoire ».

L'analyse de l'autocorrélogramme est la première étape de l'étude de l'indépendance des observations d'une série. Lorsque tous les points du graphe obtenu sont à l'intérieur des limites de l'intervalle de confiance, alors l'hypothèse nulle  $H_0$  est acceptée. Dans le cas contraire, on ne peut pas conclure. Alors le test du coefficient d'autocorrélation d'ordre est analysé. Lorsque celui-ci est compris à l'intérieur de l'intervalle de confiance, on accepte l'hypothèse nulle, sinon on la rejette, au niveau de signification choisi. Le test du coefficient d'ordre permet de mettre en évidence dans la série une persistance de type markovienne.

Le test de corrélation des rangs de Kendall permet de mettre en évidence une tendance (linéaire ou quelconque) dans la série.

### I-2-6-3-2-Test d'homogénéité

Pour les tests d'homogénéité, l'hypothèse nulle est  $H_0$  : « la série ne présente pas de rupture ». L'ellipse de Bois et la procédure de segmentation des séries sont accompagnées de graphiques permettant de visualiser les résultats. Pour l'ellipse de Bois, l'hypothèse nulle est acceptée lorsque le nuage de points est compris à l'intérieur de l'intervalle de confiance au niveau de signification considéré, généralement pris égal à 5%. Pour la segmentation des séries, l'hypothèse nulle est acceptée si la procédure ne produit pas de segmentation acceptable d'ordre supérieur ou égal à 2 sans aucun niveau de signification attribué. Donc nous sommes limités à l'ordre 2, même si dans certains cas nous avons poussé jusqu'à l'ordre 3. La segmentation des séries à l'ordre 2 permet de mettre en évidence un saut de la moyenne ainsi que l'année où ce saut s'est produit.

## I-2-7-Test d'ajustement et principe d'ajustement graphique

### I-2-7-1-Test de $\chi^2$ (Chi-carré)

Pour cette étude nous limiterons au test de  $\chi^2$  (Chi-carré). Ce dernier permet de vérifier si une fonction densité de probabilité donnée peut rendre compte des observations. Pour appliquer le test, on détermine les fréquences expérimentales et théoriques correspondant à des valeurs discrètes ou à des classes (pour une valeur continue). Soit un échantillon de taille  $N$ , on veut tester si la loi densité de probabilité  $f(x)$  représente l'échantillon.

On divise l'intervalle de variation en  $k$  classes équiprobables, il est alors possible de déterminer :

- le nombre  $n_i$  de valeurs expérimentales dans la classe  $i$ ,
- le nombre théorique  $v_i$  d'observations dans la classe  $i$  pour  $k$  classes équiprobables, on a  $v_i = N/k$ .

On peut montrer que la variable :

$$Z = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - v_i)^2}{v_i},$$

(I-67)

suit un loi  $\chi^2$  à  $v$  degré de liberté ( $v=k-p-1$ ) avec  $p$  nombre de paramètre définissant  $f(q)$ ,  $k$  nombre de classes. Cette formule est vraie quand les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon. Si les paramètres sont connus et ne sont pas estimés à partir de l'échantillon on

a  $v=k-1$ . Lorsque l'on considère  $k$  classes équiprobables, on a  $v_i=N/k$  et l'on en déduit une formule simplifiée :

$$Z = \frac{k}{N} (\sum_{i=1}^k r_i^2) - N \quad (I-68)$$

A l'aide de la table de  $\chi^2$  pour  $v$  donné, on calcule les valeurs correspondant aux probabilités au dépassement 0,05 et 0.01.

	$\chi_{0.05}^2$	$\chi_{0.01}^2$
	$Z_1$	$Z_2$

Si  $Z < Z_1$  la loi est satisfaite pour représenter l'échantillon, si  $Z > Z_2$  la loi choisie est rejetée et si  $Z_1 < Z < Z_2$  on ne peut pas conclure (Bois et al., 2007). On doit choisir le nombre de classes de manière que  $v_i > 5$ . Les paramètres de la loi  $f(x)$  doivent être estimés.

### I-2-7-2-Test de Kolmogorov-Simirnoff

Le principe général est le même mais la distance entre la distribution de l'échantillon et la distribution  $F(q)$  est définie comme le plus grand écart (en valeur absolue) entre  $F(q_i)$  et  $F^*(q_i)$  :

$$D_N = \text{Max} |F(q_i) - F^*(q_i)| \quad (I-69)$$

avec  $F(q_i)$  la distribution expérimentale (empirique) tirée à partir d'une loi empirique et  $F^*(q_i)$  la distribution théorique. Pour cela on classe les  $q_i$  en ordre croissant avec  $q(k)$  l'échantillon de classe  $k$  : rang de classe.

Par exemple 
$$F \text{ exp} = F(q_i) = \frac{k}{N} \quad (I-70)$$

L'hypothèse nulle  $H_0$  est  $F^*(q_i)$  et  $F(q_i)$  sont indépendantes. Pour un niveau de signification  $\alpha$  donné, si  $D_N \leq D_{N,\alpha}$  on accepte  $H_0$  et si  $D_N > D_{N,\alpha}$  on rejette l'hypothèse nulle  $H_0$ .

## I-3- Conclusion

Dans ce chapitre, la statistique développée constitue notre outil statistique de base pour aborder le traitement des données recueillies. Notre méthodologie de travail portera sur ce chapitre après avoir fait une synthèse bibliographique sur les différentes méthodes de traitements et d'analyse d'observation basées sur cette statistique.

# **Chapitre II : Synthèse bibliographique sur les méthodes statistiques de traitement et d'analyse de la variabilité temporelle des séries de données**





## Introduction

Dans ce chapitre nous avons indiqué quelques méthodes de traitement et d'analyse des séries temporelles utilisées par certains chercheurs. Ce chapitre nous a servi de référence pour traiter puis analyser nos données hydrométriques.

Les méthodes d'analyses des séries hydrologiques sont très nombreuses. Elles peuvent se faire à l'aide des tests statistiques comme de manière graphique. Beaucoup de ces tests sont utilisés pour mettre en évidence le changement des observations dans une série. Ce changement peut être constaté de manière graphique en traçant les courbes d'évolution.

Par « Aka A. A., Lubes H., Masson J. M., Servat E., Paturel J. E. & Kouamé B. (1996) **[Analysis of the temporal variability of runoff in Ivory Coast : statistical approach and phenomena characterization]**, Journal des Sciences Hydrologiques, volume 41, n°6 : 959-970 »

L'analyse de la variabilité temporelle des écoulements en Côte d'Ivoire a été effectuée à l'aide d'une approche statistique et d'une caractérisation des phénomènes par Aka. A. A et al., en 1996. Ces derniers ont utilisées les tests de détection de rupture tels que celui de Pettitt (Pettitt, 1979) , la méthode Bayésienne de Lee et Heghinian, (bayésienne de Lee et Heghinian, 1977 ; Bruneau et Rassam, 1983) et la statistique U de Buishand (Buishand, 1982, 1984) qui sont déjà décrits plus haut pour faire ce travail. Les variables étudiées sont des modules et des différents types de débits caractéristiques. Les résultats ont mis en évidence du point de vue quantitative l'existence d'une rupture nette dans les séries de modules au début des années 1970, date à partir de laquelle les écoulements diminuent sensiblement. Un examen plus qualitatif des résultats montre que les basses eaux sont plus affectées que les hautes eaux par cette variation du régime. Cette fluctuation évolue en phase avec les phénomènes de sécheresse observée à la même période plus au Nord, au Sahel.

Par « Giakoumakis S. G. & Baloutsos G. (1997) **[Investigation of trends hydrological time series of the Ainos river basins]** Journal des Sciences hydrologiques, volume 42, n°1 »

Pour détecter des tendances dans les séries hydrologiques du bassin versant de la rivière Evinos, Giakoumakis S. G. et Baloutsos G. ont utilisé comme méthode de travail l'analyse des coefficients d'auto-corrélation, le test de corrélation sur les rangs de Kendall et la régression linéaire. Après l'utilisation de ces différentes méthodes permettant de savoir si ces séries sont ou non de type purement aléatoire, une tendance significative à la baisse, de longue

durée, a remarquée dans le cas des précipitations, alors des tendances fluctuantes, de courtes durées, ont été détectées dans le cas des débits.

Par « Mirza M. Q. (1997) [**hydrological changes in the Gange system in Bangladesh in the post-Farakka period**], journal des Sciences hydrologiques, volume 42, n°5 : 613-632 »

Pour observer les modifications hydrologiques du système de Gange au Bangladesh depuis la construction du barrage de Mirza M. M. Q (1997) a utilisé cinq tests statistiques que sont : le test F de Fisher Snedecor, le test t de Student, le test de Cramer, le test de Krushal-Wallis et le test U de Mann-Whitney. Ces analyses ont indiqué que le barrage est à l'origine d'importantes modifications hydrologiques dans le système du Gange. La quantité d'eau disponible pendant la saison sèche a été substantiellement réduite alors que l'ensablement du fleuve Gorai s'est significativement accru.

Par « Gautier F., Lubès-Niel H., Sabatier R., Masson J. M., Paturel J. E. & Servat E. (1998) [**Variabilité du régime pluviométrique en Afrique de l'Ouest non Sahélienne entre 1950 et 1989**], Journal des Sciences Hydrologiques, volume 43, n°6 : 1921-936 »

Pour étudier la variabilité du régime pluviométrique de l'Afrique de l'Ouest non sahélien entre 1950 et 1989, Gautier et al., ont utilisé les tests de rupture univariés : le test de corrélation sur les rangs de Kendall (Kendall & Stuart, 1943 ; WMO, 1966), le test de Pettitt (Pettitt, 1979), la statistique de Buishand (Buishand, 1982, 1984), la méthode Bayésienne de Lee et Heghinian (Lee et Heghinian, 1977 ; Bruneau & Rassam, 1983) et la procédure de segmentation (Hubert & Carbonnel, 1987 ; Hubert et al., 1989). Les résultats montrent que le régime pluviométrique a subi une modification dès les années 1966 essentiellement au Sénégal et en Guinée Bissau.

Par « Mirza M. Q., Warrick R. A., Ericksen N. J. & Kenny G. J. (1998) [**Trends and persistence in precipitation in the Ganges, Brahmaputra and Meghne river basins**], Journal des Sciences Hydrologiques, volume 43, n°6: 845-858

Dans cet article, les tests de Mann-Kendall (Kendall & Stuart, 1961) et du test t de Student ont été utilisés pour analyser des tendances et persistance des précipitations des bassins des fleuves Gange, Brahmapoutre et Meghna est fait par Mirza et al., (1998). En plus de ces deux tests : la régression linéaire et l'auto-corrélation du premier l'ordre, ont été utilisé pour les problèmes de persistance. Les résultats montrent que les précipitations du bassin de Gange sont relativement stables tandis que celles de l'une des sous-divisions du bassin du

Brahmapoutre présentent une tendance décroissante et celles d'une autre sous-division présentent une tendance croissante. Cette méthode leur a permis d'étudier la persistance Markovienne sur les séries de précipitations de ces sous-division.

Par « Paturel J. E., Servat E., Delattre & Lubès-Niel H.(1998)[**Analyse des séries pluviométriques de longues durées en Afrique de l'Ouest et Centrale non Sahélienne dans un contexte de la variabilité climatique**], Journal des Sciences hydrologiques, volume 43, n°6 :937-946 »

Ces auteurs ont analysé des séries pluviométriques de longue durée en Afrique de l'Ouest et Centrale non sahélienne dans le contexte de la variabilité climatique. Leur méthode de travail était en première position basée sur les représentations graphiques et cartographiques. Cette démarche permet d'observer l'alternance des périodes sèches et humides dans un contexte régional. Ensuite, le test de Pettitt (Pettitt, 1979). Pour approfondir les premières constatations faites par ces méthodes d'analyse, ils ont utilisé l'indice pluviométrique tel qu'il est défini par Lamb (1982) comme une variable centrée réduite :

$$\frac{(X_i - \bar{X})}{S}$$

avec  $X_i$  : la pluviométrie de l'année  $i$ ,  $\bar{X}$  : pluviométrie moyenne interannuelle sur la période de référence, et  $S$  : l'écart-type de la pluviométrie interannuelle sur la période de référence. Les résultats de leur analyse ont indiqué l'alternance des périodes sèches et humides depuis le début de 20<sup>ème</sup> siècle. Ils ont mis en évidence le caractère fortement hétérogène.

Par « Assani .A .A (1999), [**Variabilité temporelle et persistance des épisodes secs en saisons des pluies à Lubumbashi (Congo-Kinshasa)**], la revue Sécheresse, volume 10 n°1, : 45-53 ».

Pour analyser la variabilité temporelle et la persistance des épisodes secs en saison des pluies à Lubumbashi, l'auteur a utilisé deux tests de tendances : le test de Mann-Kendall et le test de Pettitt, et un test classique : le test de Student. Les résultats ont permis de voir que la variabilité temporelle des épisodes secs en saison des pluies à Lubumbashi est caractérisée par trois périodes suivantes :

-une période marquée par de nombreux jours secs supérieurs à la moyenne de la série (1921—1950) ;

- une période de diminution des jours secs de 23,5%, qui s'est terminée vers 1980 ; a diminué

-et une nouvelle période d'accroissement de la fréquence des jours secs durant les dernières années.

Par « Kachroo R. K. ; Mkhandi. S. H. et Gunasekara T. E. G.(2000), [**Flood frequency analysis of southern Africa : I. Delineation of homogeneous regions**], Journal des sciences hydrologiques, volume 45, n°3 : 437-449 »

Dans cet article les auteurs ont utilisé un test graphique permettant de vérifier que les observations relatives aux crues maximales annuelles pour délimiter des régions homogènes en vue d'étudier les crues en Afrique centrale. Ce test est basé sur la comparaison du coefficient de variation (Lcv) observé sur le site à l'intervalle de confiance correspondant à une loi choisie. L'homogénéité d'un groupe de site est acceptée si un le Lcv pris une statistique d'ordre est inclus dans les limites de l'intervalle de confiance correspondant. L'application de ce test aux données des crues maximales annuelles de Tanzanie leurs a permis de subdiviser le pays en 12 régions homogènes.

Par « Savane I ; Coulibaly K ; M et Gioan P, (2001),[**Variabilité climatique et ressources en eau souterraine dans la région semi-montagneuse de Man**], la revue Sécheresse, volume 12 , n° 4 : 231-237 ».

Les auteurs, pour étudier la variabilité de la pluviométrie, ont utilisé le test de Mann Kendall, le test de Pettitt pour la détection de rupture sur les séries pluviométriques et les indices pluviométriques annuels calculés suivant la formule de Nicholson :  $X_{ij} = \frac{(r_{ij} - \bar{r}_i)}{\sigma_i}$  ou  $r_{ij}$  la hauteur de pluie totale pour une station  $i$  et une année  $j$  ;  $\bar{r}_i$  la moyenne annuelle de pluie à la station  $i$  pendant la durée de temps entière de l'enregistrement et  $\sigma_i$  écart type de la pluviométrie annuelle. Les résultats ont confirmé la réalité d'une période sèche. Le calcul du coefficient de tarissement qu'ils ont effectué de leur manière montre que la réduction pluviométrique est intervenue en 1966, année de rupture, et que les périodes à forte pluviométrie de 4 mois se sont réduites de 2 mois.

Par « Bergaoui M. et Alouini A. (2001), [**Caractérisation de la sécheresse météorologique et hydrologique : cas du bassin versant de Siliani en Tunisie**], Sécheresse, volume 12, n°2 : 205-213 »

Pour la caractérisation et l'identification de la sécheresse, les auteurs ont utilisé des indices suivants :

l'indice de l'écart à la moyenne ( $E_m$ ) donné par la relation  $E_m = P_i - P_m$  avec  $P_i$  la hauteur de précipitation annuelle et  $P_m$  la hauteur moyenne annuelle de précipitation. Cet indice permet d'estimer le déficit de la pluviométrie à l'échelle annuelle ;

l'indice de pluviosité ( $I_p$ ) défini par le rapport entre la hauteur de précipitation annuelle à la hauteur moyenne annuelle de précipitation ( $I_p = P_i / P_m$ ), s'il est supérieur à 1. alors l'année correspondante est qualifiée d'année humide ;

le rapport à la normale des précipitations (RN), il est exprimé en pourcentage et est donné par la relation  $RN(\%) = (P_i / P_n) * 100$ , où RN est le rapport à la normale des précipitations en pourcentage,  $P_i$  est précipitation annuelle en mm,  $P_n$  est la précipitation normale en mm. Ce rapport exprime la variation ponctuelle des précipitations par rapport à la normale.

Ces deux auteurs ont aussi utilisé l'analyse fréquentielle permettant de distinguer parmi les années sèches celles qui sont les plus déficitaires. Ils ont en plus employé la distribution selon la fréquence et selon les déciles indicateurs de sécheresse. Toutes ces techniques leurs ont permis de connaître plusieurs périodes de sécheresse qui sont caractérisées par des pluviométries déficitaires et des écoulements très faibles dans certaines zones. Ils ont aussi remarqué que pendant les périodes sèches, les ressources en eau diminuent

Par « Mahé G., L'Hôte Y., Olivry J. C. & Wotling G. (2001) [**trends and discontinuities in regional rainfall of West and Central Africa : 1951-1989**] Journal des Sciences Hydrologiques, volume 46, n° 2 »

Mahé G et al., en 2001 avait étudié les tendances dans les séries de pluies régionales en Afrique de l'Ouest et Centrale. Ces séries ont été enregistrées durant la période de 1951 à 1989. Les moyens d'analyse étaient constitués des tests paramétriques tels que celui de Student et celui de Fisher Snedecor ; des tests non paramétriques de Kolmogorov-Smirnov, de Signs, de Wilcoxon et de Mann-Whitney ; et la régression linéaire. Ce travail tourné autour de 891 stations de 23 pays d'Afrique de l'Ouest et Centrale. Les tests de rupture statistiques des séries pluviométriques montrent que les séries d'Afrique centrale sont sans rupture. Tandis que pour celles de l'Afrique de l'Ouest, une première rupture est détectée dès les années 1950 dans plusieurs unités suivie de la principale rupture apparue entre 1968 et 1970 puis une autre au début des années 1980.

Par « Calde J., Guyot J. L., Ronchail J., Molinier M. & De Oliveira E., (2002) [**l'Amazone à Obidos (Brésil) : étude statistique des débits et bilan hydrologique**], Journal des sciences hydrologiques, volume 47, n°2 : 321-334 »

Callede J et al., pour faire une étude statistique des débits et bilan hydrologique à Obidos (Brésil), ils ont utilisé les méthodes graphiques telles l'évolution mensuelle des débits et l'ajustement des modules. Leur travail a mis en évidence un bilan hydrologique indiquant un déficit d'écoulement de 1193mm qui peut être assimilé à l'évapotranspiration réelle.

Par « Le Lay M. & Galle S. (2005), [**variabilité interannuelle et inter-saisonnière des pluies aux échelles hydrologiques. La mousson Ouest africaine en climat soudanien**], Journal des sciences hydrologiques, volume 50, n°3 : 509-524 »

Dans cet article, les auteurs ont utilisé les indices pluviométriques comme moyen de travail. Leur analyse basée sur la distinction entre les régimes de mousson océanique et continentale, montre que l'essentiel des modifications pluviométriques observées est à la variabilité de la saison continentale.

Par « Niel H., Leduc C. & Dieulin C. (2005) [**Caractérisation de la variabilité spatiale et temporelle des précipitations annuelles sur le bassin du lac Tchad au cours du 20<sup>ème</sup> siècle**], Journal des sciences hydrologiques, volume 50, n°2 : 223-244 »

Niel H et al., (2005) ,pour caractériser la variable spatiale et temporelle des précipitations annuelles sur le bassin versant du Lac Tchad au cours du 20<sup>ème</sup> siècle, ont appliqué les tests de Pettitt (Pettitt, 1979) ; la segmentation de Hubert (Hubert et al., 1989) et la procédure bayésienne de Lee et Heghinian (Lee et Heghinian, 1977) qui sont des tests adaptés pour détecter des ruptures dans une série chronologique. En plus de ceux-ci ils ont aussi utilisé le test de tendance basé sur l'estimation de l'intervalle de confiance à 95% du coefficient de la régression linéaire simple entre le temps et la série chronologique analysée. Le test de corrélation sur les rangs de Kendall, qui teste le caractère aléatoire de la série, est aussi proposé. Ce test et celui de Pettitt ont été appliqués avec un seuil de signification de 5% et celui de la segmentation d'Hubert est de 1%. Pour cela 47 séries de pluies annuelles ont été analysées, soit un total d'environ de 1600 années pour les seules séries de plus de 25ans de données. A l'échelle décennale, les résultats montrent une décennie 1950 très humide suivie de trois décennies sèches, cette sécheresse s'est intensifiée progressivement avant de se rabaisser vers les années 1980. Les pluies annuelles ont montré un gradient décroissant du Sud vers le Nord.

Par « Soro N., Lasm T., Kouadio B. H., Soro G., Ahoussi (2006) [**Variabilité du régime pluviométrique du Sud de la Côte d'Ivoire et son impact sur l'alimentation de la nappe d'Abidjan**], Sud Sciences et Technologies, n°14 , 30-40 »

La variabilité du régime pluviométrique du Sud de la Côte D'ivoire et son impact sur l'alimentation de la nappe d'Abidjan a été étudiée par Soro N et al.,(2006). Leur méthode d'analyse était effectuée à l'aide du test de rupture Pettitt et de l'indice de Nicholson. Cette analyse a montré qu'une période irrégulière et sèche a succédé, à partir de 1969, à une période normale et humide. Elle a aussi montré qu'une période irrégulière et sèche a succédé, à partir de 1969, à une période normale et humide.

Par « Hubert P ; bader J. C et Bendjoudi (2007), [**Un siècle de débits annuels du Fleuve Sénégal**], Journal des sciences hydrologiques, volume 52, n°1 : 68-73)

Pour voir l'évolution des débits annuels du fleuve Sénégal pendant un siècle, ces auteurs ont utilisé comme moyen la procédure de segmentation (Hubert et al., 1997, 2000). Leur analyse met en évidence, outre les cassures déjà identifiées dans les précédentes études, une nouvelle cassure située entre 1993 et 1994 est apparue pour le fleuve Sénégal.

## Conclusion

Il résulte de cette synthèse bibliographique qu'il ya plusieurs méthodes permettant d'analyser des séries chronologiques. Parmi ces approches on distingue les méthodes statistiques et les méthodes non statistiques.

Les méthodes statistiques sont basées sur l'utilisation des tests statistiques : test de Pettitt, test de Buishand, test Fisher, test de Student, test de segmentation des séries d'Hubert, le test d'autocorrélation, le test de corrélation sur les rangs de Kendall..., tandis<sup>924</sup> les tests non statistiques sont basés sur le calculs des indices pluviométriques, le traçage des courbes de régression linéaire... Dans la suite de notre travail nous pencherons sur leurs méthodes pour analyser nos séries chronologiques.

# **Chapitre III : Traitement de données, analyse et interprétation des résultats**



## III-1 Introduction

Dans ce chapitre, une brève présentation de la zone d'étude et des données utilisées sera faite. Elle sera suivie d'une méthodologie avant la présentation des résultats et leur interprétation à l'échelle annuelle comme mensuelle.

## III-2-Cadre physique

Le bassin versant du fleuve Sénégal s'étend des régions tropicales au Sud aux zones sahéliennes au Nord. Dans son cours supérieur, il traverse les versants humides du Fouta - Djallon et les Plateaux Mandingues. Dans son cours inférieur, il alimente de vastes zones inondables et de nombreuses cuvettes dans la zone sahélienne. Le bassin du fleuve Sénégal est généralement divisé en deux parties qui s'articulent autour de Bakel :

- Le Haut-Bassin, caractérisé par un réseau hydrographique très dense, un relief plus marqué (Massif du Fouta Djallon, Plateaux Mandingues), et un profil en long plus accentué (sur le Bafing, la pente du cours d'eau varie entre 1,3‰ et 0,4‰, et sur la Falémé, de 8,5‰ à 0,24‰). L'écoulement se fait à l'intérieur d'un lit mineur généralement bien calibré, sans échanges latéraux. Les stations de mesure sont pour la plupart bien stables, et les courbes de tarage bi univoques.

- La vallée en aval de Bakel, qui est une vaste étendue, de relief très faible, avec cependant une micro topographie complexe, composée d'un réseau de cuvettes connectées entre elles et communiquant avec le fleuve par de chenaux. La vallée comporte un grand nombre d'aménagements qui ont pu modifier cette morphologie

Deux barrages ont été construits sur le fleuve Sénégal : Manantali, sur le Bafing, et Diama sur le Sénégal, en amont de Saint-Louis. Le premier est un barrage à buts multiples (irrigation, navigation, fourniture d'électricité), le second permet de relever la côte du plan d'eau et de stopper l'intrusion saline.

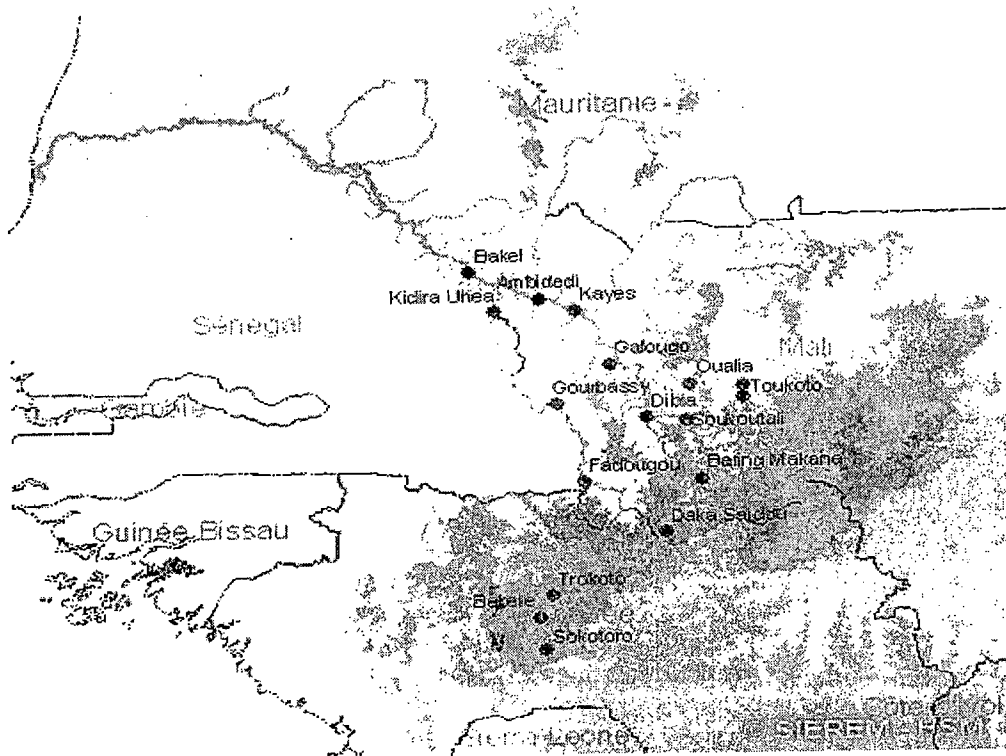


Figure III-1 : Limite du bassin versant du fleuve Sénégal

### III-3-Réseau hydrographique

Le bassin du fleuve Sénégal amont de Bakel ou bassin du Sénégal supérieur s'étend de la latitude 10°21 à la latitude 17°N environ et est compris entre le méridien 7°W et 12°20'W. Sa forme est sensiblement ovoïde, et il est réparti entre la Guinée, le Mali, la Mauritanie et la Guinée. Il s'étend sur une superficie d'environ 218000km<sup>2</sup> sur les 300000km<sup>2</sup> que compte le bassin total.

Le Fleuve Sénégal en amont de Bakel est constitué par la jonction du Bafing et du Bakoye près de Bafoulabé. Long de 760 km ; le Bafing a un bassin versant de 38400km<sup>2</sup> et fournit la majeure partie des écoulements du fleuve Sénégal (40% à 60%) des apports. Le Bafing prend sa source en Guinée, dans le massif du Fouta Djallon, à 800 m d'altitude. Le Bafing est considéré comme étant la branche mère du fleuve Sénégal. Le Bakoye (640m) prend naissance en territoire guinéen, au Nord Ouest de Siguiri, près de la limite méridionale du plateau Mandingue, à 760 m d'altitude. Il reçoit le Baoulé en rive droite, avant de se jeter dans le Bafing. A partir de la confluence à Bafoulabé, le fleuve prend la dénomination « Fleuve Sénégal ». Il reçoit alors la Falémé (bassin versant de 29000km<sup>2</sup>), son plus important affluent rive gauche, qui prend sa source à 800 m d'altitude dans la région du Fouta Djallon en Guinée. Deux autres affluents intermittents en rive droite complètent le réseau hydrographique du Haut Bassin : il s'agit du Karakoro, de la Kolombiné et du Gorgol.

La station de Bakel contrôle la quasi-totalité des écoulements de la basse vallée.

Mémoire de DEA en Hydraulique et Mécanique des Fluides : Analyse et traitement statistique des variables hydroclimatiques sur le bassin versant du Fleuve Sénégal en Amont de Bakel.

### III-4-Réseau hydrométrique

Parmi les stations hydrométriques du bassin amont, nous avons retenu celles qui sont actuellement utilisées par l'OMVS dans le cadre de la gestion des deux barrages de Diama et de Manantali. Il s'agit des stations de Dakka Saidou, Bafing Makana et Manantali sur le Bafing, de Oualia sur le Bakoye, de Gourbassi sur la Falémé, et Kayes et Bakel sur le Fleuve Sénégal (Figure III- 2)

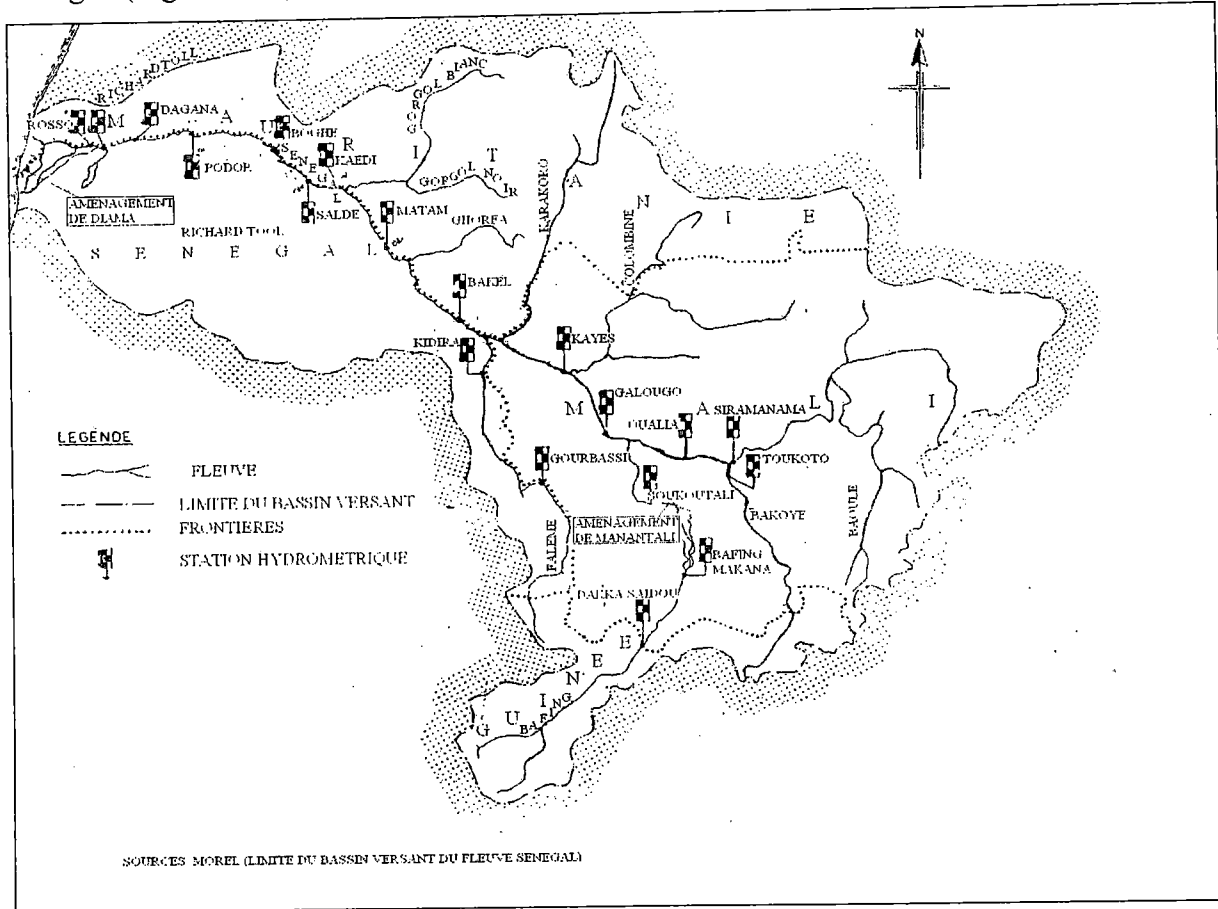


Figure III-2 : Stations hydrométriques retenues

### III-5-Données utilisées

Les stations retenues dans ce mémoire relèvent de la gestion des services l'OMVS (Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal). Cette dernière a gracieusement mis à notre disposition des données provenant de sa base. Il s'agit des débits moyens journaliers recueillis au niveau des stations retenues que sont BAFING MAKANA, BAKEL, DAKA SAIDOU, GOURBASSI, KAYES, MANANTALI et OUALIA. L'étude couvre la période de 1961 à 2006 pour toutes les stations sauf pour MANANTALI où les débits ont été enregistrés en 1988 à 2006 après la construction du barrage. Dans la suite, nous présentons la

méthodologie adoptée pour le traitement des débits recueillis. Les résultats obtenus seront présentés et analysés.

### **III-6- Méthodologie**

La démarche que nous avons optée dans le traitement consiste, dans un premier temps, à faire un ajustement des séries de données après avoir observées certaines caractéristiques de ces données. Ensuite une représentation graphique sera faite pour visualiser l'évolution temporelle des débits moyens mensuels et des modules annuels. Pour cela, nous avons tracé des courbes représentant l'évolution interannuelle des modules, des débits et de leurs variables centrées et réduites avec une moyenne mobile. L'objectif ici est de déceler graphiquement toute tendance dans ces séries. De plus un traitement statistique des séries de modules annuels et des débits moyens mensuels est fait sur toutes les stations retenues en vue de détecter des ruptures, après que l'absence l'indépendance au sein des séries ait été vérifiée. L'indépendance est définie en terme d'absence de persistance entre observations successives. L'homogénéité est définie de diverses manières. L'échantillon est homogène lorsque les observations qui le constituent ont été générées à partir des mêmes processus physiques que la population mère, ou à l'issue de processus physiques voisins. Dans ce mémoire, nous définissons l'homogénéité d'une série par l'absence de rupture, celle-ci étant définie comme un changement dans la loi de probabilité de la série chronologique contenant les observations. Pour faciliter l'étude, nous avons utilisé le logiciel KhronoStat mis au point par l'IRD (Institut de Recherche pour le Développement), et disponible gratuitement sur le net. Les tests contenus dans ce logiciel ont été appliqués par un grand nombre de chercheurs sur les séries hydro pluviométriques en Afrique de l'Ouest et Centrale.

### **III-7-Préparation des données**

Les données mises à notre disposition par l'OMVS (Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal) sont des débits journaliers enregistrés pendant la période de 1961 à 2006 pour toutes les stations retenues à l'exception des débits enregistrés dans la station de Manantali enregistrés depuis 1988 après construction du Barrage. De ces débits, de longues séries ont été créées. A partir des séries de débits moyens journaliers sur l'ensemble des stations retenues, les débits moyens mensuels, puis les modules ont été calculés. Les séries de variables centrées réduites ont été constituées.

## III-8-Présentation et synthèse des résultats.

### III-8-1-caractéristiques statistiques des débits mensuels et des modules

Les caractéristiques statistiques (moyenne, mode, médiane et variance) ainsi que les principaux coefficients (coefficients de variation, coefficients d'asymétrie et d'aplatissement notamment) ont été calculés à l'aide du logiciel Hydraccess.

Les variances des débits moyens mensuels et des modules sont généralement très élevées. On assiste dès fois à des coefficients de variation supérieurs à 0,2 et dépassant parfois 1 et en module supérieure à 0,3. Ceci met en évidence une mauvaise répartition des débits moyens mensuels et des modules annuels (Tableaux III-1 à III-7).

Les coefficients d'asymétrie sont positifs pour tous les débits moyens mensuels et des modules annuels pour chacune des stations retenues à l'exception des débits moyens de Juillet et Février de la station de Manantali. Ce qui explique que ces observations sont en général réparties suivant une loi étalée à droite (Tableaux III-1 à III-7).

Les coefficients d'aplatissement en majeure partie positifs (tableaux ci-dessous). Cela montre que ces observations suivent des lois moins aplaties que celle de la loi normale (Tableaux III-1 à III-7). Afin de connaître ces lois, un ajustement sera fait dans la suite.

**Tableau III-1: Données caractéristiques de Bafing Makana**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	7.4	56	256	760	899	506	506	123	53	30	15	6.61	243
Méd	4.5	47	249	717	793	439	439	87	48	28	12	5.00	222
Mode	4.4	43	240	674	790	423	423	92	47	26	12	4.96	215
Var	76	1440	7619	65454	99463	57365	57365	46015	424	149	66	28.4	6566
C v	1.2	0.68	0.34	0.34	0.35	0.47	0.47	2	0.39	0.41	0.55	0.81	0.3
$\gamma_1$	1.4	1.03	0.40	1.03	1.14	1.67	1.67	7	0.84	0.90	0.88	0.83	1.3
$\gamma_2$	1.1	0.21	-0.37	2.00	1.25	2.39	2.39	43	-0.32	0.39	-0.25	-0.5	1.6

**Tableau III-2: Données caractéristiques de Bakel**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	61	112	467	1420	2150	975	398	221	141	97	87	71	517
Méd	14	109	431	1188	1806	708	319	182	112	98	64	32	429
Mode	34	90	421	1178	1724	753	312	165	107	84	61	43	444
Var	5951	8579	26316	571920	1450799	457476	58458	36375	12537	3968	6305	6624	52378
C v	1.3	0.82	0.35	0.53	0.56	0.69	0.61	0.86	0.79	0.65	0.91	1.14	0.44
$\gamma_1$	1.1	0.56	0.71	0.90	1.41	2.10	1.36	2.67	2.44	0.47	1.00	1.09	0.90
$\gamma_2$	-0.01	-0.6	0.14	0.04	1.66	5.33	1.51	8.97	7.57	-0.34	0.31	-0.06	-0.33

**Tableau III-3: Données caractéristiques de Dakka Saïdou**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	12	50	244	663	788	454	169	66	35	23	16	11	211
Méd	11	41	224	646	750	411	134	56	32	21	14	10	203
Mode	10	38	223	656	725	387	139	57	31	21	14	11	193
Var	45	1236	8341	41769	43983	36551	6893	689	166	41	18	15	3002
C v	0.56	0.70	0.37	0.31	0.27	0.42	0.49	0.40	0.37	0.28	0.27	0.35	0.26
$\gamma_1$	0.71	1.56	0.52	0.07	0.78	1.20	1.45	0.90	1.32	1.43	0.86	0.23	0.97
$\gamma_2$	-0.25	2.19	-0.15	2.05	1.08	0.83	1.55	-0.53	1.10	2.35	-0.18	-1.1	1.31

**Tableau III-4: Données caractéristiques de Gourbassi**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	0.1	6.3	73	325	442	187	47	16	6.5	2.4	0.8	0.15	92
Méd	0.0	1.5	58	323	381	137	36	13	3.8	1.1	0.4	0.00	75
Mode	0.0	3.1	56	277	354	137	34	12	4.1	1.5	0.4	0.05	77
Var	0.2	102	2584	34959	66752	26330	1307	175	46.8	11.4	1.5	0.11	2536
C v	3.3	1.6	0.7	0.58	0.585	0.869	0.77	0.82	1.1	1.4	1.6	2.30	0.55
$\gamma_1$	3.9	2.3	1.0	0.60	1.084	2.475	1.33	1.18	1.6	2.8	3.3	2.79	0.77
$\gamma_2$	16.3	5.3	-0.1	-0.33	0.772	7.688	0.67	0.61	2.1	9.2	13.3	7.31	-0.5

**Tableau III-5: Données caractéristiques de Kayes**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	61	100	341	1012	1470	688	300	154	100	82	76	66	371
Méd	5	73	334	886	1266	493	243	122	83	53	33	10	319
Mode	31	68	307	826	1187	524	228	120	73	63	48	35	321
Var	6992	8895	16682	326613	649208	222217	43784	24869	7092	4606	6848	7401	26898
C v	1.38	0.95	0.38	0.56	0.55	0.69	0.70	1.02	0.84	0.83	1.09	1.31	0.44
$\gamma_1$	1.31	0.99	0.61	0.94	1.26	1.72	1.71	4.10	2.35	0.68	0.98	1.24	0.81
$\gamma_2$	0.60	-0.03	0.06	-0.14	1.30	2.74	3.82	22.29	8.44	-1.06	-0.51	0.30	-0.46

**Tableau III-6: Données caractéristiques de Oualia**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	0.30	14	108	362	447	169	43	14	6.1	2.74	0.93	0.26	97.3
Méd	0.00	10	95	292	339	105	19	4	0.8	0.12	0.00	0.00	74.2
Mode	0.11	9	90	283	332	112	25	7	2.7	1.15	0.38	0.07	77.1
Var	1.28	196	3939	55784	113238	32366	2555	397	106	28	3.76	0.55	4363
C v	3.73	0.99	0.58	0.65	0.753	1.063	1.18	1.40	1.69	1.92	2.08	2.90	0.7
$\gamma_1$	5.44	1.69	0.72	0.99	1.071	2.222	1.69	1.82	2.08	2.53	2.76	3.35	0.8
$\gamma_2$	32.45	3.37	0.10	0.34	0.440	6.176	2.14	2.43	3.59	6.49	7.86	11	-0.6

**Tableau III-7: Données caractéristiques de Manantali**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	142	177	185	204	601	267	240	178	135	139	157	147	214
Méd	144	179	203	184	654	227	197	141	111	126	143	144	211
Mode	127	175	205	151	560	200	170	117	107	141	152	132	187
Var	3549	6726	10477	22981	100437	37344	60071	58667	7953	2525	4517	4362	5899
Cv	0.42	0.46	0.55	0.74	0.53	0.72	1.02	1.36	0.66	0.36	0.43	0.45	0.36
$\gamma_1$	0.64	0.07	-0.44	1.14	0.27	1.22	2.83	3.37	2.22	-0.07	0.15	0.50	1.22
$\gamma_2$	-0.28	-0.85	-1.58	1.13	-1.30	1.25	9.42	12.64	7.20	-1.29	-0.80	-0.6	2.55

### III-8-2-Ajustement et tests d'ajustement sur les modules des stations

#### III-8-2-1-Ajustement de modules : utilisation de Hydraccess.

Le logiciel Hydraccess a été utilisé pour faire notre ajustement. Ce logiciel comprend 10 loi : la loi de Fuites normale, la loi de Gauss, la loi de Gumbul, la loi de Galton, la loi de Pearson3, la loi de Pearson 5, la loi de Frechet, la loi de Polya, la loi de WRS-USA et la loi de Goodrich.

Les résultats obtenus à la suite de cet ajustement des lois statistiques (Loi de Fuites, Gauss, Gumbul, Galton, Pearson 3, Pearson 5, Frechet, Polya, WRS-USA et Goodrich) aux séries de modules annuels a permis de sélectionner la loi statistique la mieux appropriée à chaque série de modules annuels. Ainsi, la loi de Polya s'avère la mieux appropriée pour décrire les modules annuels pour toutes les stations à l'exception de celle d'Oualia. Pour celle-ci la loi de Fuites est la mieux adaptée pour décrire sa série. La loi de Gumbel, qui est souvent utilisée pour décrire des pluies et débits, ne décrit ici que quelque séries de modules, en occurrence celles de Bafing Makana, Dakka Saidou et Manantali, même si elle <sup>est</sup> la mieux appropriée. Parmi toutes les lois utilisées la loi normale est la moins appropriée pour décrire les séries de modules annuels. Cette loi, pour la moindre mesure ne décrit qu'une seule série de modules, en particulier celle de Manantali. La figure ci-dessous présente l'ajustement des distributions statistiques appropriées utilisées pour décrire les modules annuels des stations étudiées. Par la suite un test d'ajustement à la loi normale sera appliqué aux modules pour vérifier l'hypothèse avancée à savoir que cette loi n'est ajustable qu'aux seuls modules de Manantali.

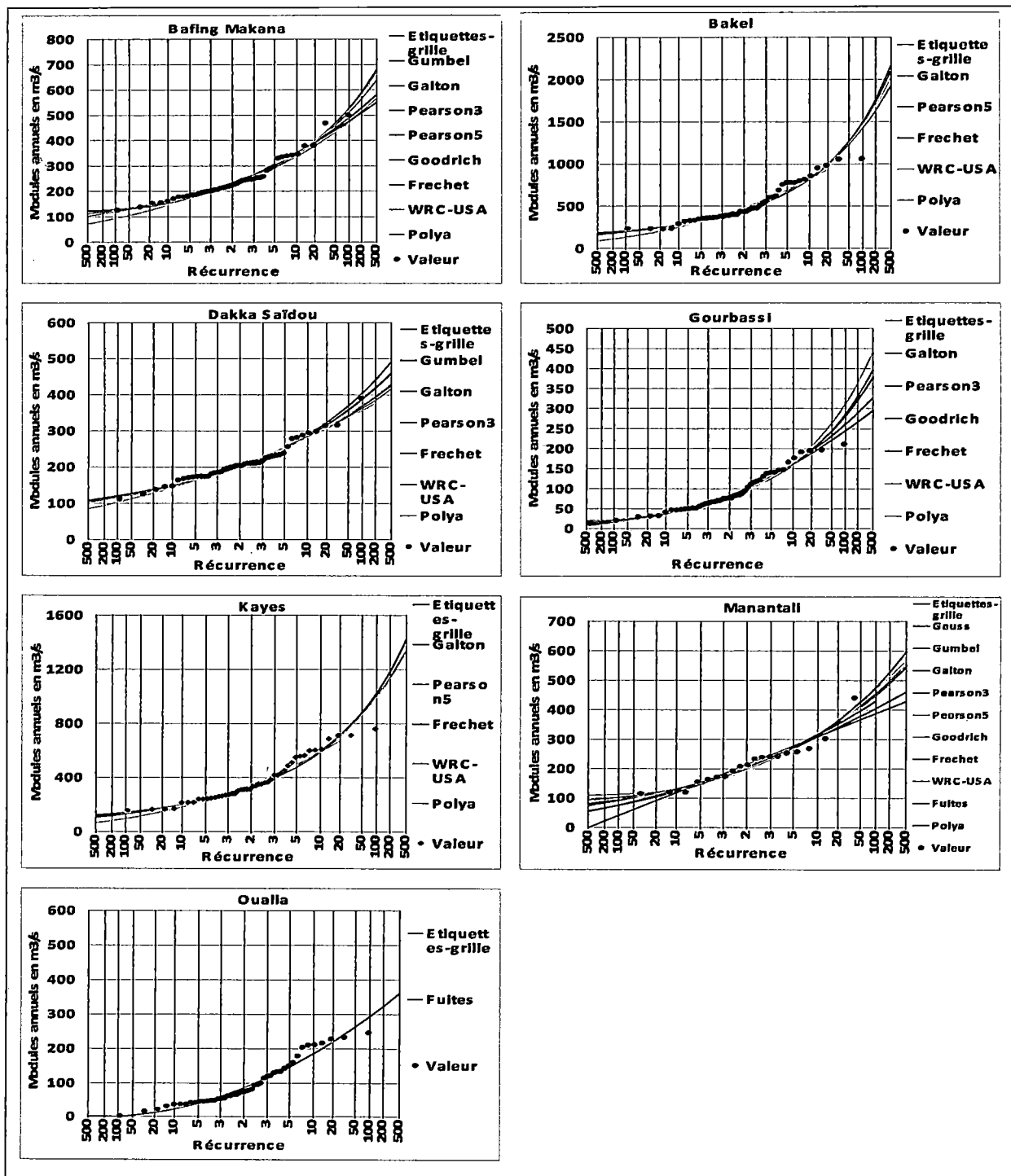


Figure III-3: Ajustement aux lois des modules des stations étudiées



### III-8-2-2-Principe du test d'ajustement à la loi normale sur modules d'Oualia.

Ici nous testerons simplement l'hypothèse nulle à savoir « la loi normale peut représenter les séries de modules ». Et pour cela nous utiliserons que le test de  $\chi^2$  pour faire ce test sur toutes les séries des stations exceptée celle de Manantali dont la série est courte ou nous utilisons le test de Kolmorov-Smirnoff.

La loi normale est définie par sa fonction de répartition suivante :

$$F(Q) = \int_{-\infty}^Q \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du$$

(III-1)

avec 
$$u = \frac{Q - \bar{Q}}{\sigma}$$

(III-2)

et l'estimation des deux paramètres  $\sigma^2$ ,  $\bar{Q}$  montrent que sont respectivement variance et moyenne. Le tableau ci-dessous illustre le principe du test.

**Tableau III-8: Principe du test de Chi-deux**

Principe du test de Chi-deux (Pearson)						
F(Q)	U	Limites des classes	Q théorique	Q observé	Qth-Qob	$\chi^2$
0,125	-1,15034938	]-∞ 21,1]	5,75	3	2,75	1,315217391
0,25	-0,67448975	]21,1- 52,5]	5,75	11	-5,25	4,793478261
0,375	-0,31863936	]52,5-76,7]	5,75	10	-4,25	3,141304348
0,5	-1,3921E-16	]76,0-97,0]	5,75	4	1,75	0,532608696
0,625	0,31863936	]97,0-118,0]	5,75	3	2,75	1,315217391
0,75	0,67448975	]118-141,5]	5,75	4	1,75	0,532608696
0,875	1,15034938	]141,5-172,9]	5,75	3	2,75	1,315217391
1		]172,9-+∞[	5,75	8	-2,25	0,880434783
					$\sum_i^N \chi_i^2$	13,82608696
					P	0,016752703

Le tableau III-9 donne les résultats d'ajustement avec la loi normale. Ces résultats montrent que l'hypothèse nulle « les modules sont tirés d'une loi normale » est rejetée pour toutes les séries de station à l'exception de celle de la station de Manantali. Cela confirme d'ailleurs les résultats obtenus avec l'ajustement et montre aussi la non-homogénéité des séries de modules constatée plus haut.

**Tableau III-9: Résultats du test d'ajustement de Khi-deux à la loi normale des modules annuels de stations**

Loi de gauss				
Test	$\chi^2$	$P(\chi^2)$	$\alpha_1; \alpha_2$	Adéquation
Modules Bafing Makana	11,73913043	0,038542521	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Bakel	11,39130435	0,044150446	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Dakka Saïdou	14,52173913	0,012613816	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Gourbassi	10,34782609	0,065958705	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Kayes	9,652173913	0,085712423	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Oualia	13,82608696	0,016752703	0,01 ; 0,05	rejetée

**Tableau III-10: Principe du test de Kolmogorov-Smirnoff sur la série des données de Manantali**

i	U	F*(Qi)	F(Qi)	Dn	Dn
1	-1,31	0,09481266	0,05263158	0,04218108	0,04218108
2	-1,26	0,10388154	0,10526316	-0,00138162	0,00138162
3	-1,25	0,10624399	0,15789474	-0,05165074	0,05165074
4	-0,79	0,21411976	0,21052632	0,00359345	0,00359345
5	-0,68	0,24973476	0,26315789	-0,01342314	0,01342314
6	-0,58	0,27947037	0,31578947	-0,0363191	0,0363191
7	-0,56	0,28827145	0,36842105	-0,0801496	0,0801496
8	-0,32	0,37271341	0,42105263	-0,04833923	0,04833923
9	-0,10	0,4586259	0,47368421	-0,01505831	0,01505831
10	-0,04	0,48446073	0,52631579	-0,04185506	0,04185506
11	0,23	0,59241677	0,57894737	0,0134694	0,0134694
12	0,30	0,61741602	0,63157895	-0,01416293	0,01416293
13	0,32	0,62728659	0,68421053	-0,05692393	0,05692393
14	0,34	0,63219117	0,73684211	-0,10465094	0,10465094
15	0,49	0,68917262	0,78947368	-0,10030106	0,10030106
16	0,55	0,70727953	0,84210526	-0,13482573	<b>0,13482573</b>
17	0,69	0,75437174	0,89473684	-0,1403651	0,1403651
18	1,13	0,87073452	0,94736842	-0,0766339	0,0766339
19	2,92	0,99826148	1	-0,00173852	0,00173852

$D_{N,\alpha}=0.301$  et  $D_{N \max}=0.135$  puisque  $D_{N,\alpha} > D_{N \max}$  alors l'hypothèse nulle est acceptée c'est-à-dire que les modules de Manantali peuvent suivre une loi normale.

### III-8-3 Les modules annuels

Le module annuel de débit est le débit moyen <sup>annuel</sup> d'un cours d'eau calculé pendant le nombre de jours de l'année correspondante.

#### III-8-3-1-L'évolution interannuelle des modules annuels

La figure III-4 représente l'évolution temporelle à l'échelle annuelle des modules annuels pour toutes les stations à la période d'étude correspondante. En dehors de la station de Manantali, on note généralement un comportement similaire des séries, plus ou moins accentué par deux tendances dans la même série : une tendance à la baisse des écoulements entre 1961 à 1982 ou 1985 et une tendance à la hausse des écoulements de 1982 ou 1985 à 2006. La tendance à l'accroissement est bien marquée pour les séries de la station de Bafing Makana, de Dakka Saïdou et de Kayes. Par ailleurs pour les stations de Bakel, Gourbassi et d'Oualia l'évolution des séries entre 1982 ou 1985 à 2006 montre une légère tendance à l'accroissement presque stationnaire.

A Manantali nous constatons une très légère tendance à l'accroissement qui semble être stationnaire durant la période d'enregistrement (1988-2006). La figure III-4 ci-dessus illustre les résultats.

Depuis la ~~ce~~ mise au service du barrage de Manantali, le débit ~~de~~ stations de Bakel et de Kayes sont artificiels.

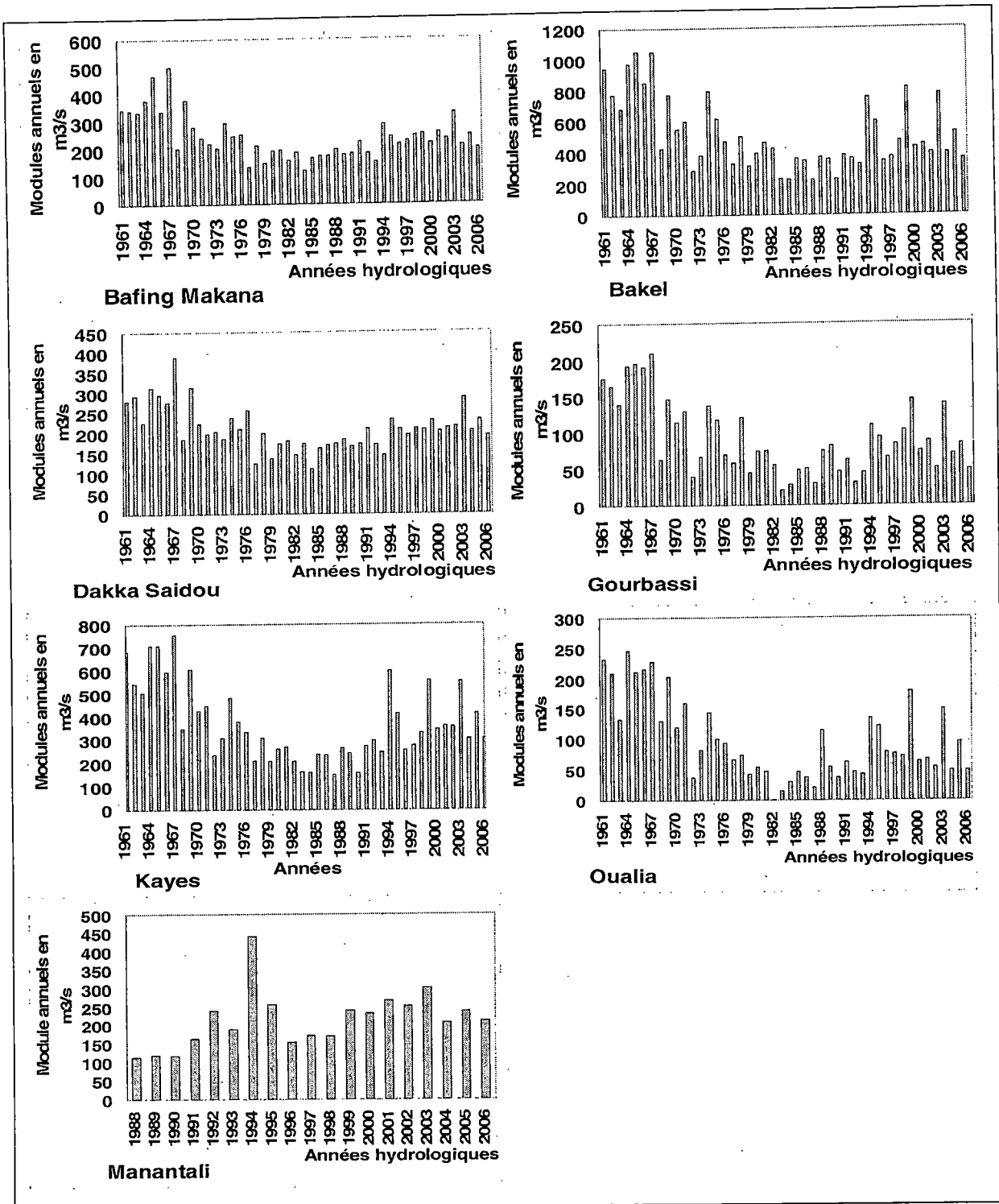


Figure III-4: Evolution interannuelle des modules annuels de stations d'étude

### **III-8-3-2 Evolution interannuelle des valeurs centrés et réduits des modules annuels**

Les tendances mises en évidence par les graphes de l'évolution temporelle des séries de modules sont confirmées par l'analyse des graphes de l'évolution annuelle des valeurs centrées et réduites des modules annuels. Le tracé de la moyenne mobile a fait ressortir nettement ces deux tendances constatées dans une même série lors de l'analyse de l'évolution annuelle des modules annuels. Pour toutes les stations la tendance à la baisse est généralisée sauf la station de Manantali où les enregistrements ont débuté en 1988. Cette dernière est caractérisée par une évolution presque constante c'est-à-dire une très légère tendance à l'accroissement. Entre 1983 ou 1986 et 2006 la moyenne mobile représentée sur les graphes montre une tendance à la hausse des débits dans les séries de modules de Bafing Makana, Dakka Saïdou et Kayes. Par contre, cette tendance à l'accroissement des modules de débits n'est pas ou est peu significative dans les séries de Bakel, Gourbassi et Oualia. En plus de ces tendances mises en évidence, la moyenne mobile révèle aussi trois périodes : une période humide entre 1961 et 1970, une période sèche entre 1970 et la fin des années 90 puis une période dont les années humides et sèches s'alternent ceci entre 1970 à la fin des enregistrements. La figure III-5 ci-dessous en constitue une illustration des résultats.

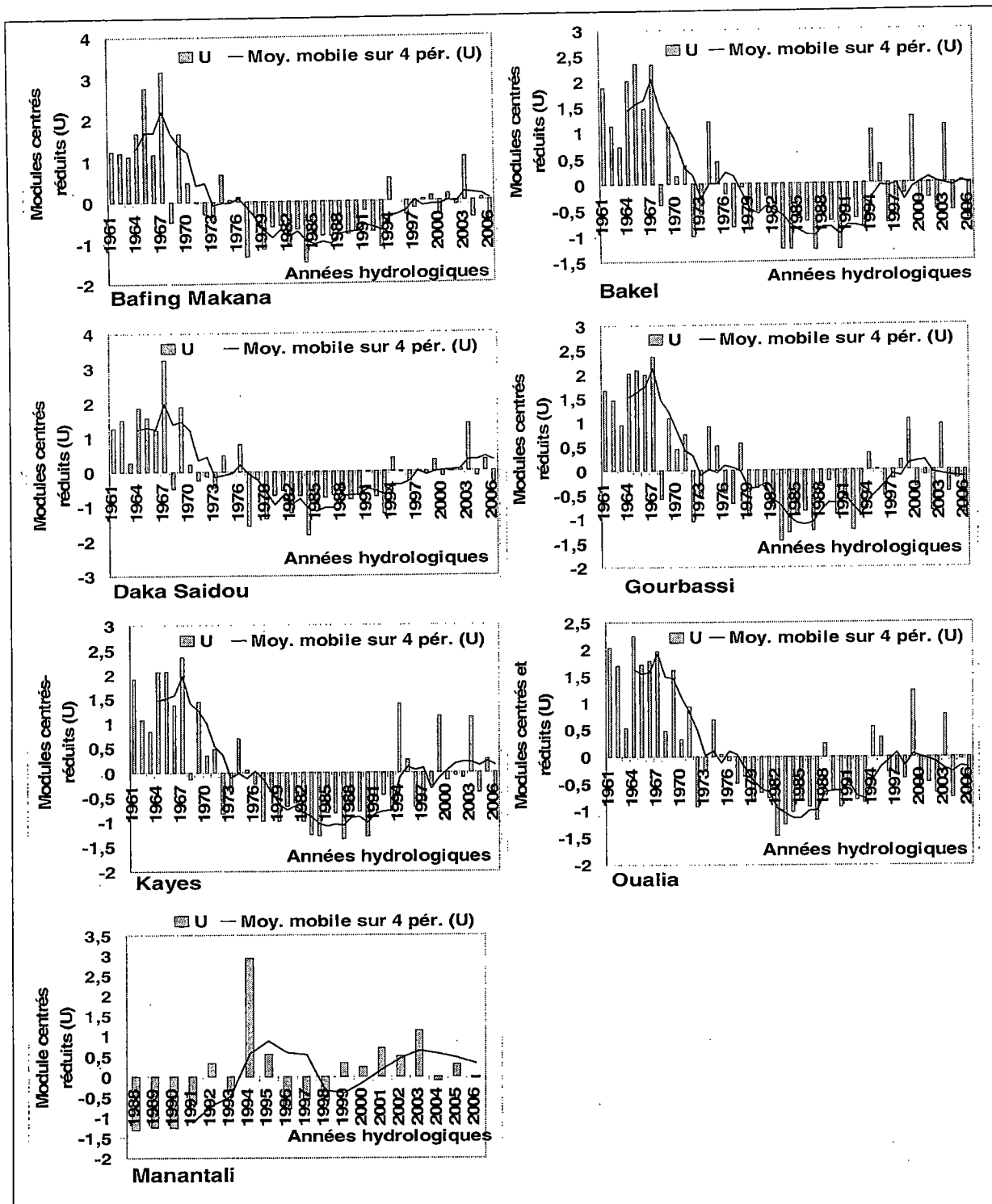


Figure III-5: Evolution interannuelle des modules annuels centrés et réduits de stations d'étude

### **III-8-3-3 Conclusion**

A partir de ces observations il est difficile de pouvoir confirmer ou infirmer l'hypothèse d'une modification du régime hydrométrique. L'application des tests pourrait témoigner d'une éventuelle mutation du régime hydrométrique en termes de modules annuels de débits moyens mensuels. Pour traitement statistique les conditions d'application des tests ont été vérifiés. Il ressort de cette vérification que la majorité des séries ne vérifient certaines conditions d'applications en particulier celle de normalité considérée ici comme facultative.

### **III-8-3-3-Tests d'indépendance**

#### **III-8-3-3-1-Analyse des corrélogrammes**

Les corrélogrammes ont été représentés sur l'ensemble des stations retenues. L'analyse montre que, en dehors de la série de Manantali, un nombre relativement important de points sort des limites de l'intervalle de confiance au niveau de signification  $\alpha=0.05$ . L'hypothèse n'est acceptée sans aucune ambiguïté que pour la station de Manantali. Pour les autres stations, on ne peut pas conclure ce qui fait recours au coefficient d'autocorrélation d'ordre 1. La figure III-6 montre les autocorrélogrammes de toutes les séries de modules annuels des différentes stations. Et nous constatons de manière générale que les coefficients d'autocorrélation d'ordre inférieur sont plus élevés que les coefficients d'ordre supérieur.

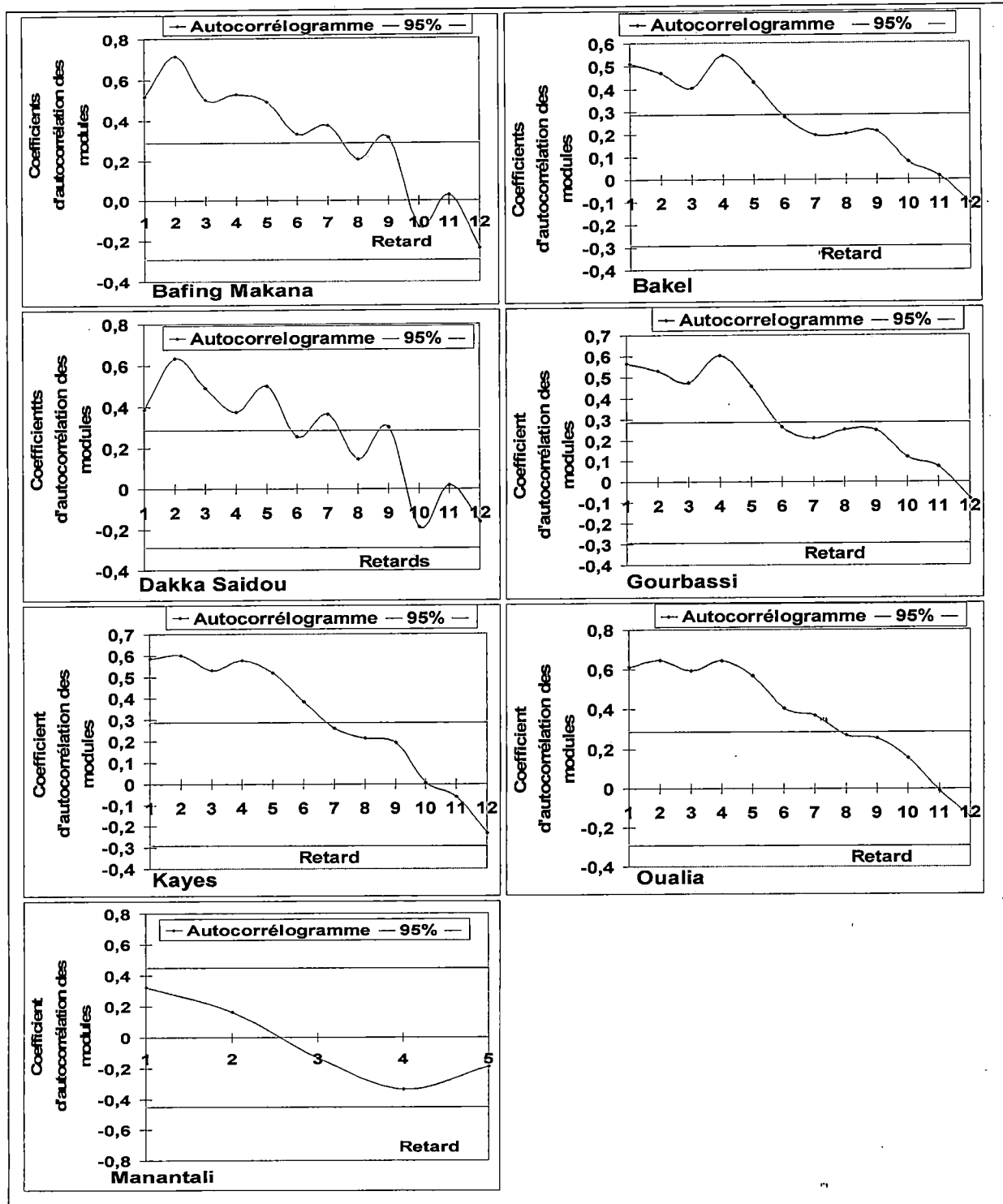


Figure III-6: Autocorrélogrammes des modules annuels de stations d'étude

### III-8-3-3-2-Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1

Par ailleurs, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 sont généralement hors des limites de l'autocorrélogramme, sauf pour la station de Manantali, (dont la série est la plus courte) ce qui peut s'observer graphiquement à travers les autocorrélogrammes, d'où le rejet de l'hypothèse nulle  $H_0$  d'une série aléatoire pour toutes les séries de modules à l'exception de celle de Manantali. Ce rejet de l'hypothèse nulle met en évidence l'existence d'une forte



corrélation entre les modules annuels sur une tendance soit à l'accroissement soit à la baisse. L'acceptation de l'hypothèse nulle par le coefficient d'autocorrélation d'ordre peut s'expliquer par l'absence de tendance de la série de Manantali. Cela d'ailleurs a été constaté lorsqu'on avait examiné la courbe de l'évolution des séries temporelles des modules. Le tableau III-11 illustre les résultats de l'analyse des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des modules annuels des séries des différentes stations d'étude soit en acceptant (oui) ou soit en rejetant (non) l'hypothèse que la série est aléatoire.

**Tableau III-11:valeurs des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des modules de stations.**

Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 ( $r_1$ ) des modules annuels							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
$\pm r_{0,025}$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,4496$	$\pm 0,289$
$r_1$	0,5158	0,5114	0,3855	0,5659	0,5864	0,3232	0,6142
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non

### III-8-3-3-Test sur le rang de Kendall sur les modules annuels

Le tableau III-12 ci-dessous donne les résultats sur le test de corrélation des rangs de Kendall. Ce test nous a permis de rejeter l'hypothèse nulle pour les séries de modules de Bakel, Gourbassi, Manantali et Oualia. Si on renvoie l'évolution temporelle de ces séries de modules et de centrées réduites pour ces stations sauf Manantali, ce rejet traduit une diminution progressive des modules dans la première partie des chroniques vers une valeur inférieure avant de s'inverser de manière très légère, ce que n'a pas détecté le test sur le rang. Quant à la série de modules de Manantali la légère tendance à l'accroissement constatée, lors de l'analyse de l'évolution temporelle des modules et centrées réduites, a été détectée par ce test.

Par ailleurs l'hypothèse nulle est acceptée pour les stations de Bafing Makana, Dakka Saïdou et Kayes, et cela peut s'expliquer par l'absence de tendance d'évolution à long terme des modules pour ces stations en examinant l'évolution temporelle des modules et des centrées réduites. Ces résultats du test de Kendall sont en désaccord, pour les séries de Bafing Makana ; Dakka Saïdou ; Kayes et Manantali, avec ~~ce~~ ceux du coefficient d'autocorrélation d'ordre 1.

**Tableau III-12: les valeurs de la variable U du test de corrélation des rangs de Kendall**

Test de corrélation des rangs de Kendall							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
U	-1,808	-2,528	-1,335	-2,433	-1,790	2,344	-2,888
$\pm U_{0,025}$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$
Résultat	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON	NON

Pour mieux étudier le caractère aléatoire et mettre en évidence l'existence d'une tendance le test sur le point de rebroussement a été appliqué aux modules annuels.

#### III-8-3-3-4-Le test des points de rebroussement

L'étude du caractère aléatoire portant sur les points de rebroussement met en évidence une évolution aléatoire des modules annuels de débits pour toutes les stations sans exception. Ce test permet de rejeter toute tentative mettant en évidence une tendance ou corrélation entre les modules des séries de stations (Tableau III-13).

**Tableau III-13 : Résultats du test des points de rebroussement**

Test des points de rebroussement							
Stations	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
U(Nr)	0,24	0,24	1,31	-0,12	0,24	0,95	0,24
$\pm U_{0,025}$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

#### III-8-3-3-4- Synthèses des tests d'indépendance

La conclusion de l'étude du caractère aléatoire est tirée à partir des résultats de tous les tests détectant le caractère aléatoire. Si au moins un test accepte l'hypothèse nulle (oui) alors nous la maintenons sinon nous la rejetons (Tableau III-14). Ce principe a permis <sup>all</sup> rejeter toute tentative mettant en évidence une corrélation ou une tendance entre les modules des séries de stations. Le désaccord noté quelque part entre les résultats des différents tests appliqués s'explique par la périodicité des longues séries et la légère tendance à l'accroissement de la courte série de Manantali.

**Tableau III-14: Synthèse des tests d'indépendance : Hypothèse nulle H0 : « la série est aléatoire »**

Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Autocorrélogramme							
Résultats	?	?	?	?	?	Oui	?
Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1							
Résultats	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON
Test de corrélation des rangs de Kendall							
Résultat	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON	NON
Test du point de rebroussement							
Résultat	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
Conclusion	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI

### III-8-3-4- Tests d'homogénéité

#### III-8-3-4-1-Test de Buishand sur les modules

Ce test, l'année de rupture n'est pas spécifiée, il donne directement le résultat soit en acceptant l'hypothèse nulle « la série est homogène » ce qui est traduit par un « oui », soit en rejetant l'hypothèse nulle « la série est homogène » ce qui est traduit par un « non » (tableau III-15). Le test de Buishand, à 95% d'intervalle de confiance, rejette l'hypothèse nulle d'absence de rupture pour toutes stations sauf pour la série de modules annuels de Manantali pour laquelle cette hypothèse nulle est acceptée.

**Tableau III-15: Résultats du test de Buishand sur les modules annuels**

Test de Buishand							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Résultat	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON

#### III-8-3-4-2-Analyse des ellipses de Bois

L'hypothèse nulle « absence de rupture » est acceptée si tous les points sont inclus dans l'ellipse ou un nombre relativement faible de points sort d l'ellipse, elle est rejetée si un certain nombre de points sort de l'ellipse. En observant les ellipses de Bois (figure III-7) sur l'ensemble des séries de modules, on constate au niveau de signification retenu (5%) qu'en aucun cas, on a une ellipse qui englobe le nuage de points, sauf dans une moindre mesure pour la station de Manantali, pour laquelle un nombre relativement faible de points sort de l'ellipse. L'hypothèse nulle est donc rejetée pour toutes stations, à l'exception de celle de

Mémoire de DEA en Hydraulique et Mécanique des Fluides : Analyse et traitement statistique des variables hydroclimatiques sur le bassin versant du Fleuve Sénégal en Amont de Bakel.

Manantali où on ne peut pas prononcer d'une existence ou non de rupture. Le test de l'ellipse de Bois indique comme années de ruptures : 1967 sur la série de modules de Bakel, 1970 sur celle de Bafing Makana, 1971 sur celle d'Oualia, 1975 sur celles de Gourbassi et Kayes enfin 1976 sur la série de modules de Dakka Saïdou. Par contre en examinant les points, on constate généralement qu'aux environs de 1993 commence une période stationnaire à légèrement déficitaire une proximité de l'axe horizontal. Cette stagnation a été déjà remarquée lorsqu'on analysait l'évolution temporelle des modules annuels et de leurs valeurs centrées et réduites.



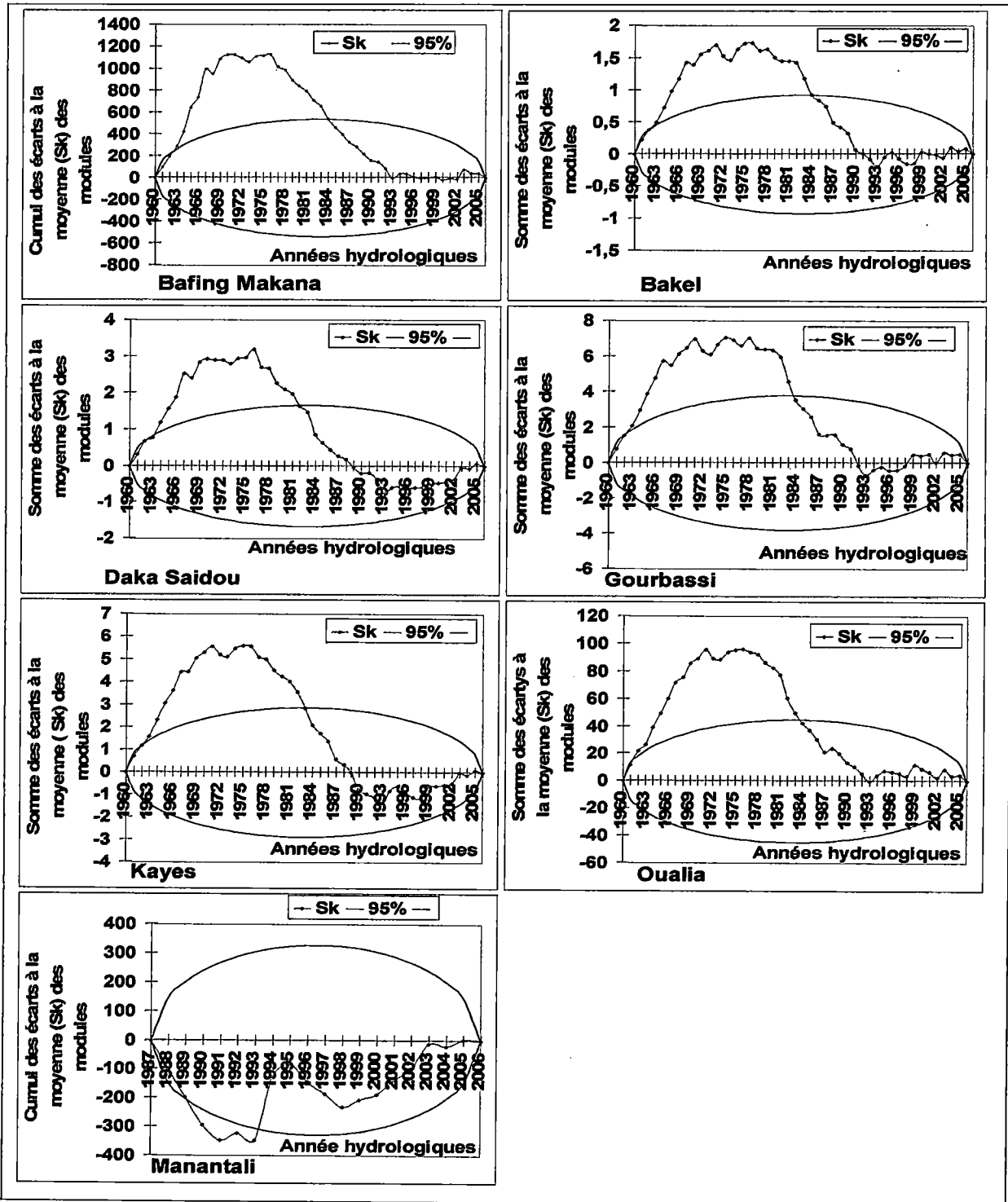


Figure III-7: Ellipses de contrôles des modules annuels de station d'étude

### III-8-3-4-3-Analyse de la procédure de segmentation des séries de modules annuels

La procédure de segmentation nous permet de voir le changement de la moyenne dans une série chronologique. L'hypothèse nulle «la série est homogène, c'est-à-dire sans rupture »

Les résultats de ce test (figure III-9), au niveau de signification 5%, ont montré sans exception que toutes les séries des modules annuels présentent au moins deux ruptures. Ce qui nous permet de rejeter l'hypothèse nulle pour toutes ces stations. Les résultats de la procédure de segmentation ont été représentés dans la figure III-9. Pour toutes ces séries de modules, nous avons limité la segmentation à l'ordre 2, et quand nous le jugeons opportun à l'ordre 3. Pour une série homogène, la segmentation ne se limite qu'à l'ordre 1.

La segmentation de l'ordre 2 montre que la rupture se fait dans le sens de la diminution des écoulements pour toutes les séries des stations retenues, à l'exception de la station de Manantali pour laquelle cette rupture se fait dans le sens d'une augmentation. Ce qui est remarquable est que la rupture intervenue à partir de 1967 et décelée à partir d'une série plus longue, se retrouve avec une série plus courte. La segmentation à l'ordre 3 met en évidence une hausse des écoulements pour quelques unes des stations entre 1961 et vers les années 1970 suivie d'une baisse jusqu'à la décennie 90 puis une nouvelle remontée vers les années 2000. Ces successions de périodes ont été remarquées lors de l'analyse précédente des modules centrés et déduits. La segmentation à l'ordre 2 montre qu'une rupture au sein de la série s'observe entre 1967-1971. Il s'agit de 1967 pour la série de modules de Bafing Makana, de Bakel et de Gourbassi ; 1969 pour celle Dakka Saïdou et celle de Kayes ; 1971 pour celle d'Oualia et 1991 pour celle de Manantali (voir tableau III-16).

**Tableau III-16: Mise en évidence de l'année de rupture des modules par la procédure de segmentation**

Les années de rupture de la procédure de segmentation d'Hubert							
Stations	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Années de ruptures	1967	1967	1969	1967	1969	1991	1971

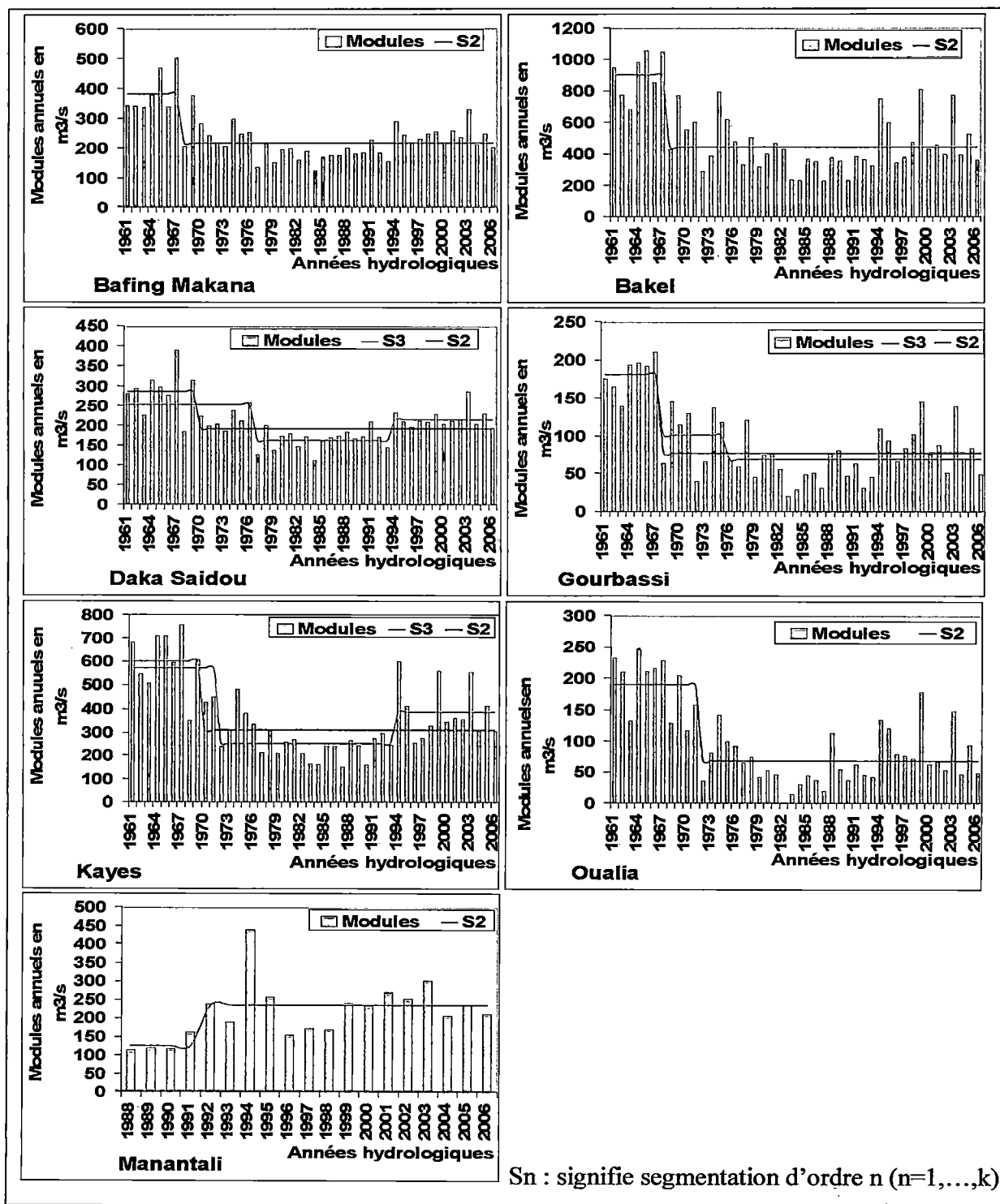


Figure III-8: Segmentations des modules annuels de station d'étude

### III-8-3-4-4-Statistique bayésienne

La procédure de Lee Heghinian, pour chaque station, a permis de calculer la probabilité qu'un changement de moyenne soit survenu en une année, d'identifier la date pour laquelle la probabilité de réalisation du changement est maximale, et de déterminer la distribution de probabilité de l'amplitude de changement. Avec ce test nous ne pouvons donc pas confirmer directement l'existence d'une rupture. En admettant que les ruptures existent au

sein des séries de modules annuels, la statistique bayésienne indique comme dates de rupture l'année de 1967 pour les séries de Bafing Makana et de Bakel, 1971 pour celles de Gourbassi, Kayes et Oualia, 1969 pour celle de Dakka Saïdou et 1991 pour celle de Manantali. Les résultats de ce test sont regroupés dans le tableau III-17 et sont constitués de probabilité a posteriori de l'année de rupture suivie de celle-ci. L'existence d'une rupture a été mise en évidence par tous les tests statistiques. Donc nous pouvons valider les résultats de la procédure de Lee et Heghinian pour toutes les séries de modules sauf celle de Manantali dont une divergence fait douter sur l'existence ou non d'une rupture.

Tableau III-17: Résultats des modules annuels du test de Lee et Heghinian

Test de Lee et Heghinian							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Probabilité	0.484	0.2734	0.3272	0.3725	0.3879	0.3304	0.5997
Années de rupture	1967	1967	1969	1971	1971	1991	1971

#### III-8-3-4-5-Test de Pettitt sur les modules annuels

L'hypothèse nulle « la série est homogène » est rejetée ici, lorsque la probabilité de dépassement est inférieure au seuil de signification  $\alpha$  qui est égal ici à 0,05.

Les résultats du test de Pettitt sont rassemblés dans le tableau III-18. Ce dernier renferme la probabilité de dépassement de la valeur  $K$ , l'année de rupture si celle-ci existe et la conclusion permettant de rejeter (non) ou d'accepter (oui) l'hypothèse nulle : la série est homogène. Le test de Pettitt révèle que toutes les séries de modules annuels de toutes les stations retenues, exceptée celle de Manantali, présentent une rupture. Sur les chroniques de modules annuels de Bafing Makana, de Bakel, de Dakka Saïdou, de Kayes et d'Oualia l'année 1976 marque l'année de rupture identifiée par ce test et sur la chronique de Gourbassi 1971, marque l'année de rupture.



**Tableau III-18: Résultats du test de Pettitt sur les modules annuels de stations d'étude**

Résultats du test de Pettitt sur les modules							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Probabilité	$6^E-4$	$3^E-3$	$2.3^E-3$	$3^E-3$	$2^E-3$	$1^E-1$	$5^E-4$
$\alpha$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Conclusion	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non
Année de rupture	1976	1976	1976	1971	1976	Oui	1976

### III-8-3-4-6-Synthèse des tests d'homogénéité

Les tests d'homogénéité appliqués s'accordent sur une rupture au sein de la série de modules de chaque station sauf sur celle de Manantali. Pour celui-ci, les tests tels que l'ellipse de Bois, le test de Buishand et le test de Pettitt acceptent l'hypothèse nulle d'absence de rupture tandis que la procédure de segmentation d'Hubert met en évidence l'existence d'une rupture. Le rejet de l'hypothèse nulle par la segmentation peut s'expliquer par la légère remontée de la moyenne mais ceci est lié à quelques années de débits forts qui ont perturbé ce test. Aucune rupture n'est donc détectable sur cette série.

Sur les séries non-homogènes, les tests ne s'accordent pas sur l'année de rupture. Ce qui remet en cause la précision de l'année de rupture. Quelque part pour une segmentation d'ordre supérieur à deux nous retrouvons des années de ruptures identiques à celles révélées par le test de Pettitt et celui de l'ellipse de Bois (tableau III-19). Par exemple pour la série de modules de Dakka Saïdou le test de Pettitt et l'ellipse de bois mettent en évidence l'année 1976 comme année de rupture alors la segmentation d'ordre 2 et 4 découpent la série respectivement comme suit : 1961-1969, 1970-2006 et 1961-1967, 1968-1976, 1977-1993, 1994-2006. Et nous notons 1976 comme année de rupture pour une segmentation d'ordre 4.

Ces ruptures détectées dans la période 1967-1976 met en évidence la variabilité du régime hydrométrique en phase de celle du régime pluviométrique constatée en Afrique occidentale vers la fin des décennies 60 et le début des décennies 1970 comme l'ont montré pas mal de chercheurs (Hubert & Carbonnel, 1987; Hubert et al., 1989 ; Gautier et al, 1998).

**Tableau III-19: Synthèse des tests d'homogénéité sur les modules annuels de stations d'étude**

Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Oualia
Test de Pettitt						
Résultats	1976	1976	1976	1971	1976	1976
Procédure de Lee Heghinian						
Résultats	1967	1967	1969	1971	1971	1971
Ellipse de Bois						
Résultats	1970	1967	1976	1975	1975	1971
Procédure de segmentation des séries de P. Hubert						
Résultats	1967	1967	1969	1967	1969	1971

### III-8-4-Débits moyens mensuels

#### III-8-4-1-L'évolution interannuelle des débits moyens mensuels

Les graphes de l'évolution interannuelle des débits moyens mensuels ont été tracés afin de déceler graphiquement toute tendance au sein des séries de débits (annexe 1 à 7). Mais il ressort de l'examen graphique, une évolution non-uniforme pour la majorité des séries de débits des stations. Sur la période d'observation allant de 1961 à 2006, l'évolution interannuelle des débits moyens mensuels de toutes les stations sauf Manantali met en évidence généralement deux tendances comme nous l'avons constaté sur les séries de modules annuels (annexe 1 à 7). Par ailleurs d'autres formes d'évolutions sont à noter dans ces séries de débits. Ainsi on assiste une diminution progressive des débits dans la première partie des chroniques vers une valeur inférieure avant de s'inverser de manière très légère. Parfois les débits mensuels évoluent de manière constance jusqu'à un certain temps avant de s'accroître légèrement où bien leur évolution quelque fois reste presque stationnarité durant la durée d'enregistrement.

Le cas de la tendance à la baisse suivie de celle à la hausse est noté aux séries de Janvier à Mars et de Juillet à Septembre pour la station de Bafing Makana. A Bakel, on le note pour les séries de Février, Mars, Juin et Juillet. Quant à la station de Dakka Saïdou, ces deux tendances dans la même série sont notées aux séries de Janvier à Mars, de Mai et Juillet à Novembre. A Kayes elles sont notées en janvier, février, en Juin et en juillet. A Manantali on les note à la série d'Octobre malgré sa taille. A Gourbassi et Oualia elles ne sont décelées nulle part (annexe 1 à 7).

La tendance à la baisse suivie d'une tendance stationnaire est repérée pour les séries d'Avril à Juin, d'Octobre et de Novembre à Bafing Makana. A Bakel ; cette évolution est signalée dans les séries d'Août à novembre. A Dakka Saïdou ce cas s'observe pour les séries d'Avril, Juin et Décembre. A Gourbassi, il est noté pour la majorité des séries. Il s'agit des séries de Janvier, d'Avril, de Juin à Décembre. Cela explique d'ailleurs le même comportement constaté dans l'évolution de ses modules. Pour la station de Kayes nous le notons aux séries d'Août à décembre. Quant à Oualia, ce cas se retrouve pour les séries de Janvier à mars et de Juillet à Décembre.

Le troisième cas (tendance stationnaire suivie de celle à la hausse) n'est pas noté à Bafing Makana, Dakka Saïdou, Gourbassi et Oualia. Tandis qu'à Bakel on le note à la série d'Avril et Mai; à Kayes c'est en Mars, Avril et Mai ; et Manantali il est mentionné en Avril.

Enfin le quatrième cas (unique tendance stationnaire) est noté en Décembre pour Bafing Makana ; pour Bakel, il se note en Décembre et Janvier ; à Gourbassi il est noté en Février, Mars et Mai ; et à Oualia il se retrouve en Mai et Juin, pour Manantali on le rencontre en Mai, Juin, Septembre et Novembre. Ce cas n'est pas noté pour Dakka Saïdou et Kayes.

Dans la station de Manantali, on note aux séries de Janvier, Février, Mars, Juillet et Août un autre cas, ou trois tendances sont notées : une tendance à la hausse suivie d'une tendance à la baisse suivie d'une nouvelle tendance à la hausse (annexe 1 à 7).

Le constat fait sur ces graphes doit en principe se remarquer lorsqu'on analysera l'évolution des débits mensuels centrés et réduits.

### **III-8-4-2-L'évolution temporelle débits moyens mensuels centrés et réduits**

Les conclusions de l'évolution temporelle des séries des débits moyens mensuels et des modules sont confirmées par l'analyse de l'évolution temporelle des indices pluviométriques. Le tracé de la moyenne mobile au pas de quatre (4), fait ressortir les différentes tendances différentes constatées plus haut lors de l'analyse de l'évolution interannuelle des débits moyens mensuels. Par ailleurs l'analyse des variables centrées réduites pour toutes les stations indique pour le cas d'une tendance à la baisse suivie d'une stationnaire que cette dernière croit légèrement jusqu'à un certain temps avant de stationner. Cette stationnarité s'explique par la fluctuation autour de la moyenne mobile autour de l'axe de rotation. Dès fois la stationnarité est notée quand la moyenne mobile semble parallèle à l'axe des abscisses. L'unique tendance stationnaire notée pour certaines séries de stations traduit la fluctuation de la moyenne mobile autour de l'axe des abscisses au pas de temps très court. Les tendances constatées des séries à Manantali ne sont pas nettement visibles et peuvent parfois assimilées à des fluctuations autour de l'axe des abscisses. L'évolution

Mémoire de DEA en Hydraulique et Mécanique des Fluides : Analyse et traitement statistique des variables hydroclimatiques sur le bassin versant du Fleuve Sénégal en Amont de Bakel.

interannuelle des débits moyens mensuels centrés et réduits nous a permis de distinguer les années sèches et humides.

Une année est qualifiée d'humide si la valeur centrée réduite du débit est positive et elle est sèche si celle-ci est négative. Les successions de périodes déficitaires et excédentaires sont généralement en accord avec ce qui ressort des études ponctuelles menées précédemment.

L'analyse des graphes de l'évolution des centrées réduites met en évidence pour la plupart des séries mensuelles une longue période sèche comprise entre 1967 et 1990 (Annexe 8 à 14).

### **III-8-4-3-Tests d'indépendance**

#### **III-8-4-3-1-Autocorrélogramme**

Les corrélogrammes ont été représentés sur l'ensemble des stations retenues (annexe 15 à 21). L'analyse de ces graphes montre qu'un nombre relativement important de points sort des limites de l'intervalle de confiance au niveau de signification  $\alpha=0.05$  pour la totalité des séries de débits mensuels de Bafing Makana et de Gourbassi. Par contre pour les autres stations, on trouve au moins une série dont tous les points sont tous inclus dans les limites de l'autocorrélogramme. Ce qui permet avec le test de l'autocorrélation d'accepter l'hypothèse nulle pour ces types de séries.

A Bakel l'hypothèse nulle « la série est aléatoire » est acceptée pour les séries du mois de Décembre et novembre, à Dakka Saïdou elle est acceptée pour les séries du mois d'Août et de Novembre, à Kayes, elle acceptée pour les série du mois de Novembre et de Décembre et, à Oualia elle est acceptée pour les séries de Mai et Juin. Pour la station de Manantali, L'hypothèse n'est acceptée sans aucune ambiguïté pour la majorité des séries dont celles de Janvier, Juin, Août, Octobre, Novembre et Décembre (Annexe 15-21).

#### **III-8-4-3-2-les coefficients d'autocorrélation d'ordre1 ( $r_1$ )**

Par ailleurs comme nous venons de le voir pour les séries de modules, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 sont généralement élevés pour la majorité des séries de débits mensuels, sauf pour la station de Manantali (série plus courte). Ces valeurs élevées des coefficients  $r_1$  permettent de rejeter l'hypothèse nulle  $H_0$  d'une série aléatoire, et mettent en évidence une tendance. Ceci est manifeste quand on examine la courbe de l'évolution des séries temporelles : les tendances se maintiennent sur quelques années avant de s'inverser. Le tableau ci-dessous indique tous les valeurs des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 avec le coefficient du niveau de confiance  $r_{\alpha/2}$ . Ceci permet de voir si la valeur de  $r_1$  d'une série

donnée est incluse (oui) ou pas (non) dans les limites de l'intervalle de confiance 0,05 (Tableau III-20).

**Tableau III-20: Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des débits moyens mensuels de stations d'étude.**

Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
$\pm r_{0,025}$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$	$\pm 0,29$
Baïng Makana												
$r_1$	0,25	0,22	0,25	0,13	0,43	0,44	0,22	0,07	0,41	0,49	0,54	0,50
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Bakel												
$r_1$	0,88	0,65	0,41	0,32	0,49	0,51	0,13	-0,06	0,11	0,68	0,74	0,78
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Dakka Saidou												
$r_1$	0,292	0,09	0,36	-0,13	0,49	0,36	0,18	0,53	0,49	0,60	0,61	0,42
Résultats	Non	Oui	Non	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non
Gourbassi												
$r_1$	0,38	0,15	0,27	0,31	0,44	0,46	0,40	0,62	0,59	0,52	0,54	0,34
Résultats	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Kayes												
$r_1$	0,93	0,78	0,38	0,48	0,58	0,53	0,15	0,04	0,42	0,85	0,89	0,90
Résultats	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Oualia												
$r_1$	-0,01	0,15	0,17	0,32	0,57	0,60	0,60	0,77	0,71	0,65	0,59	0,35
Résultats	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Manantali												
$\pm r_{0,025}$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$	$\pm 0,45$
$r_1$	0,70	0,40	0,52	0,26	0,22	-0,30	-0,17	-0,13	0,21	0,50	0,49	0,68
Résultats	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non

### III-8-4-3-3-Test sur le rang de Kendall

Les résultats du test sur le rang de Kendall sont rassemblés dans le tableau III-21 ci-dessus. Dans celui-ci le test sur le rang de Kendall met en évidence une évolution aléatoire des débits moyens mensuels pour certaines séries. Ce qui implique que le test accepte l'hypothèse nulle d'une série aléatoire. Cette acceptation est l'équivalence de oui dans le tableau. Par contre le rejet équivaut à non de cette hypothèse fréquente dans toutes les séries de débits moyens mensuels. Pour un seuil de confiance de 95%, le tableau III-21 illustre bien les résultats en cas de rejet (non) et d'acceptation (oui) de l'hypothèse nulle pour toutes les

séries de débits moyens mensuels des différentes stations. Le rejet de l'hypothèse par ce test révèle une corrélation entre les débits d'une même série. Pour plus de preuve, le test sur le point de rebroussement a été appliqué à l'ensemble de ces séries de débits moyens mensuels.

**Tableau III-21: Résultats du test de Kendall au seuil de confiance 95% des débits moyens mensuels**

Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F.	M	A
$\pm U_{0,025}$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$
<b>Bafing Makana</b>												
U	-1,62	-2,49	-1,54	-1,11	-1,87	-1,45	-1,01	-1,83	-1,75	-1,37	-1,11	-0,92
Con	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
<b>Bakel</b>												
U	4,16	3,32	-1,39	-3,66	-2,85	-3,74	-2,15	-1,90	-0,31	2,07	3,40	3,70
Con	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
<b>Dakka Saïdou</b>												
U	-2,15	-2,62	-1,26	-0,54	-1,64	-1,24	-0,71	-1,94	-1,09	-1,62	-1,52	-2,02
Con	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non
<b>Gourbassi</b>												
U	6,90	-1,96	-1,52	-2,34	-2,47	-1,68	-1,68	-2,17	-1,35	-0,54	1,11	6,15
Con	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non
<b>Kendall Kayes</b>												
U	5,60	3,85	-1,47	-4,21	-3,36	-4,12	-1,39	-0,82	1,41	3,21	3,87	4,80
Con	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
<b>Oualia</b>												
U	5,79	-1,32	-2,49	-2,07	-2,91	-2,41	-2,59	-2,59	-1,34	-0,14	1,85	6,16
Con	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non
<b>Manantali</b>												
U	2,97	3,46	2,76	1,16	-0,95	-0,25	1,99	2,62	2,62	3,11	2,27	2,83
Con	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non

### III-8-4-3-4 test du point de rebroussement

Le test du point de rebroussement accepte l'hypothèse nulle d'une série aléatoire pour toutes les séries de débits des stations de Bafing Makana, Dakka Saïdou et de Kayes. Pour les autres stations, le test du point de rebroussement rejette l'hypothèse nulle pour quelques rares séries de débits moyens mensuels. L'hypothèse nulle est rejetée à Bakel pour la série de Mai ; à Gourbassi pour les séries d'Avril et Mai ; à Oualia pour les séries de Février, Mars, Avril, Mai et Novembre ; et à Manantali pour la série d'octobre (tableau III-22).



**Tableau III-22 : Résultats du test de rebroussement sur les débits moyens mensuels des stations d'étude**

Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
$\pm U_{0,025}$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$
<b>Bafing Makana</b>												
U(N <sub>r</sub> )	0,24	-1,19	0,95	0,24	-0,12	0,24	-1,9	-1,19	0,24	0,24	1,31	0,59
Con	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
<b>Bakel</b>												
U(N <sub>r</sub> )	-4,40	-1,19	0,95	-1,19	0,24	-0,12	-0,83	-1,19	-1,55	-1,55	-1,19	-0,83
Con	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
<b>Dakka Saidou</b>												
U(N <sub>r</sub> )	-0,83	-1,90	0,95	0,24	-1,19	0,24	-1,90	0,24	-1,55	-0,12	1,31	0,95
Con	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
<b>Gourbassi</b>												
U(N <sub>r</sub> )	8,00	-0,83	0,24	-1,19	-0,48	-0,12	-0,83	0,59	-0,83	0,24	-1,19	-3,33
Con	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non
<b>Kayes</b>												
U(N <sub>r</sub> )	0,24	-0,48	1,67	-0,48	-0,48	0,59	-0,83	-1,90	-1,90	-1,90	-1,19	-1,90
Con	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
<b>Oualia</b>												
U(N <sub>r</sub> )	-7,61	-1,55	-0,83	0,24	-0,12	-0,12	-3,33	-1,90	-1,90	-4,40	-5,11	-7,61
Con	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
<b>Manantali</b>												
U(N <sub>r</sub> )	-1,33	-0,76	-1,33	-0,19	0,38	2,10	0,95	-0,19	-1,33	-1,33	-0,19	0,38
Con	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

### III-8-4-3-5-Synthèse des tests d'indépendance

En examinant tous les résultats des différents tests d'indépendance (test sur le rang de Kendall, autocorrélogramme, test des points de rebroussement), on a pu conclure l'évolution aléatoire des débits moyens mensuels dans des séries sauf quelques exceptions. La divergence notée quelque part entre ces tests est liée aux légères tendances notées dans certaines séries. Les tableaux ci-dessous (Tableau III-23 à III-29) regroupent tous les résultats des tests d'indépendance. Les résultats sont conçus dans la logique suivante : oui est mis si au moins un test accepte l'hypothèse nulle et non si tous ces tests rejettent cette hypothèse. Ce principe a permis de rejeter l'hypothèse nulle pour les séries de Mai à Bakel, de mai à Gourbassi, d'Avril et de Novembre à Oualia.

**Tableau III-23: Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Bafing Makana.**

Bafing Makana												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autocol	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Kendall	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
rebroussement	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

**Tableau III-24 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Bakel**

Bakel												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autocol	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
rebroussement	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Résultat	<b>Non</b>	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

**Tableau III-25 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Dakka Saïdou**

Daka Saïdou												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autocol	Non	Oui	Non	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non
rebroussement	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

**Tableau III-26 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Gourbassi**

Gourbassi												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autocol	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Kendall	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non
rebroussement	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non
Résultat	<b>Non</b>	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui



**Tableau III-27 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Kayes**

Kayes												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autocol	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
rebroussement	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

**Tableau III-28 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels de Manantali**

Manantali												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autocol	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
rebroussement	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

**Tableau III-29 : Synthèse des tests d'indépendance sur les débits moyens mensuels d'Oualia**

Oualia												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autocol	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Kendall	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non
rebroussement	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	<b>Non</b>	Oui	Oui	Oui	Oui	<b>Non</b>

### III-8-4-4-Tests d'homogénéité

#### III-8-4-4-1-Test U de Buishand

L'analyse avec le test de Buishand indique qu'aucune des séries de débits des stations de Bafing Makana et de Gourbassi ne présente une évolution homogène au seuil de confiance 95%. Par contre dans les autres stations le test de Buishand montre quelques rares séries de débits sans rupture. Il s'agit de la série de débits du mois de Janvier pour Bakel, les séries de Juillet et d'Août pour Daka Saidou, de la série de débits de Décembre pour Kayes, les séries de Mai et Juin pour Oualia, pour Manantali le test U de Buishand au seuil de confiance 95% montre que presque la moitié de l'ensemble des séries de débits mensuels sont sans rupture.

Les résultats de ce test sont donnés dans le tableau ci-dessous (Tableau III-30) dont la logique utilisée est la suivante:

Oui= acceptation de l'hypothèse nulle

Non= rejet de cette hypothèse (Tableau III-30).

**Tableau III-30: Synthèse des résultats du test de Buishand sur les débits moyens mensuels**

Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
<b>Bafing Makana</b>												
Résultats	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
<b>Bakel</b>												
Résultats	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
<b>Daka Saïdou</b>												
Résultats	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
<b>Gourbassi</b>												
Résultats	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
<b>Kayes</b>												
Résultats	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non
<b>Oualia</b>												
Résultats	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
<b>Manantali</b>												
Résultats	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non

### III-8-4-4-2-Ellipse de contrôle de Bois

En analysant les ellipses de Bois sur l'ensemble des séries de débits mensuels (Annexes 22-28), on constate au niveau de signification retenu (95%) qu'en aucun cas pour les stations de Bafing Makana, Gourbassi et Kayes, on a une ellipse qui englobe totalement le nuage de points. Par ailleurs, l'inexistence ou la faiblesse du nombre de points situés en dehors de l'ellipse nous pousse à admettre que certaines séries de débits moyens mensuels de Bakel, Dakka Saïdou, Manantali et Oualia soient considérées comme stationnaires. Il s'agit des séries des mois de Janvier pour Bakel, d'Août pour Dakka Saïdou, de Mai pour Oualia et d'Août, d'Octobre de Novembre, de Décembre et de Janvier pour Manantali. Sauf pour ces dernières, l'hypothèse nulle est donc rejetée pour les autres séries de stations. Les résultats issus de l'ellipse de Bois montrent que les années de rupture sont généralement comprises dans la période 1967-1976. La rupture dans cette période est équivalente à une diminution des

écoulements. Et cette période de cassure (1967-1976) englobe la période générale de rupture de la pluviométrie en Afrique de l'ouest 1968-1971 (Hubert et al., 1989 ; Ardoin, 2004). Les ruptures qui s'observent en dehors de cette période correspondent généralement à une augmentation des débits. Par contre en examinant les points, on constate qu'aux environs de 1993 commence une période stationnaire à légèrement déficitaire une proximité de l'axe horizontal, que l'on a déjà rencontré avec l'évolution des indices pluviométriques. Les annexes 22 à 28 illustrent quelques résultats des stations étudiées à savoir Bafing Makana, Bakel, Dakka Saïdou, Gourbassi, Kayes, Oualia et Manantali.

#### **III-8-4-4-3-Procédure de segmentation de Hubert**

Pour ce test l'hypothèse nulle est acceptée si la procédure ne produit pas de segmentation acceptable d'ordre supérieur ou égal à 2 sans aucun niveau de signification est attribué. Compte tenu de ce principe, l'analyse montre que l'hypothèse nulle est rejetée pour toutes les séries enregistrées dans la station de Bafing Makana comme celles de Gourbassi et Kayes sans exception. Par contre dans la station de Bakel seules les séries du mois de Décembre et de Janvier présentent une évolution homogène. En examinant l'évolution interannuelle des débits et des centrées réduites, nous constatons une évolution presque constante des débits de ces deux séries (série de Décembre, et série de Janvier à Bakel). A Dakka Saïdou la procédure de segmentation d'Hubert accepte l'hypothèse nulle pour la série du mois d'Août. Pour Oualia l'évolution homogène n'est notée que pour la série de Mai. A Manantali, le test révèle d'un nombre relativement élevé de séries homogène. Il s'agit des séries des mois d'août, de Décembre, de novembre et d'Octobre. Les annexes 29 à 35 indiquent les résultats de la procédure de segmentation d'Hubert pour toutes les stations.

#### **III-8-4-4-4-Résultats de la procédure de Lee et Heghinian sur les débits moyens mensuels**

Pour la majeure partie des séries de débits moyens mensuels, certaines indications assez significatives de non-stationnarité ont été détectées (Tableau III-31).

Ainsi pour la station de Bafing Makana, toutes les séries de débits moyens mensuels présentent des ruptures sans exception. La période de rupture est enregistrée entre 1967 et 1972 pour toutes les séries de Bafing Makana à l'exception de la série de Juin dont l'année de rupture est 1984.

Pour la station de Bakel ce test indique 1967 et 1969 comme les deux années principales de rupture dans l'évolution des séries entre Juillet et Janvier sauf la série de d'Aout dont l'année

de rupture est de 1981. Entre le mois de Février et Juin les années de ruptures des séries sont comprises dans la période 1989-1991.

Pour la station de Dakka Saïdou la période de rupture des séries est comprise entre 1969 et 1976. Seules les séries de Juin et de Juillet connaissent des dates de rupture respectivement en 1984 et 2002.

Pour Gourbassi les ruptures sont détectées dans la période 1967-1969 pour toutes les séries de débits mensuels sauf celle d'Août où 1974 est l'année de rupture.

Comme Bakel, la station de Kayes comprend deux périodes de rupture : 1969-74 qui correspond à la période de rupture des mois de Juillet à Novembre et 1990-1993 la période de rupture des séries des mois de Décembre à Juin.

Pour Oualia, toutes les séries présentent des ruptures sauf celle de Mai dont une rupture n'a pas été décelée. 1969 est généralement l'année de rupture de ces séries de débits mensuels sauf pour les séries de Juin, Juillet, Août et Septembre dont les années respectives de rupture sont 1964, 1962, 1974 et 1971.

Pour Manantali seule la série du mois d'Octobre enregistre une évolution homogène de débits. Toutes les autres séries présentent des cassures dans la période 1989-2003. D'autre part la probabilité qu'il ait rupture en une date donnée est trop faible pour certaines séries. Ceci remet en cause l'existence des ruptures dans ce cas.

**Tableau III-31: Résultats de la méthode Bayésienne sur les débits moyens mensuels**

Mois		Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Mai	Proba	0,52	0,49	0,18	0,83	0,89	0,59	<b>0,08</b>
	Année	1968	1990	1973	1968	1991	2003	
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>
Juin	Proba	0,18	0,83	0,16	0,65	0,95	0,57	0,55
	Année	1984	1991	1984	1967	1991	1991	1964
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Juillet	Proba	0,12	0,19	0,46	0,24	0,17	0,82	0,20
	Année	1967	1969	2002	1967	1969	1991	1962
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Août	Proba	0,27	0,32	<b>0,08</b>	0,44	0,29	0,18	0,23
	Année	1971	1974		1974	1974	1989	1974
	Con	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non
Septembre	Proba	0,61	0,31	0,36	0,95	0,51	0,45	0,77
	Année	1970	1967	1970	1967	1971	2003	1971
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Octobre	Proba	0,81	59	0,74	0,64	0,54	<b>0,09</b>	0,82
	Année	1969	1969	1969	1969	1969		1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non
Novembre	Proba	0,56	0,33	0,61	0,79	0,28	0,20	0,89
	Année	1969	1969	1969	1969	1969	1988	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Décembre	Proba	0,51	0,14	0,47	0,30	0,33	0,32	0,95
	Année	1969	1969	1969	1969	1993	1993	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Janvier	Proba	0,32	<b>0,09</b>	0,22	0,86	0,29	0,19	0,98
	Année	1972		1976	1969	1993	1991	1969
	Con	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non
Février	Proba	0,607	0,57	0,40	0,66	0,93	0,39	0,98
	Année	1969	1990	1969	1969	1990	1990	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Mars	Proba	0,65	0,47	0,29	0,40	0,95	0,31	0,94
	Année	1969	1989	1970	1967	1990	1990	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Avril	Proba	0,45	0,48	0,54	0,77	0,86	0,31	0,75
	Année	1970	1990	1970	1969	1990	1990	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non

### III-8-4-4-5-Résultatats du Test de Pettitt sur les débits moyens mensuels

Les résultats de ce test au seuil de signification 5% sont regroupés dans le tableau Tableau III-32. Ces résultats montrent que les séries de débits mensuels de Bafing Makana présentent toutes des ruptures sans exception. Pour ce test, les années de rupture sont généralement situées dans période 1970-1976. 1976, reste l'année de rupture la plus fréquente des séries de cette station

Pour la station de Bakel, seule la série de débits moyens du mois de Janvier est considérée comme homogène. Toutes les autres séries de débits mensuels présentent une non-homogénéité. Pour cette station, les années de rupture sont dans la période 1970-1978 pour les séries des mois Juillet à Décembre sauf pour la série d'Août dont l'année de rupture est 1981 et dans la période 1987-1990 pour les séries de Février à Juin.

Concernant la station de Dakka Saïdou seule la série d'Août reste homogène. Pour les autres séries de cette station, le test de Pettitt rejette l'hypothèse nulle d'une série homogène. La date de rupture de ces séries se situe dans la période 1969-1984. 1976 est l'année de rupture la plus détectée au sein des séries.

A Gourbassi, la période de rupture reste 1968-1978 pour toutes les séries sauf celles d'Avril et Mai dont le test révèle homogènes.

A Kayes, le test de Pettitt montre que seule la série de Décembre est homogènes. Toutes les autres séries de débits mensuels sont avec rupture. La période de rupture dans ce cas est 1975-1993.

Dans la station d'Oualia, le test accepte l'hypothèse nulle pour les séries de Mai et Juin. Par ailleurs pour les autres séries de débits moyens mensuels l'hypothèse nulle a été rejetée et la période de rupture est 1969-1978.

Contrairement à ce qui a été constaté dans les stations précédentes, celle de Manantali enregistre des séries de débits moyens mensuels presque toutes homogènes sauf celles de Décembre et Juin révélées non-homogènes. Les années de ruptures de ces deux séries sont respectivement 1993 et 1996.

**Tableau III-32: Résultats du test de Pettitt sur les débits moyens mensuels**

<b>Bafing Makana</b>												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
U	3E-3	9E-3	5E-2	3E-2	7E-4	1E-2	1E-2	4E-4	5E-4	5E-4	5E-3	5E-3
Année	1973	1984	1976	1974	1975	1976	1976	1976	1976	1976	1970	1970
Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
<b>Bakel</b>												
U	3E-7	1E-5	1E-2	3E-4	2E-3	7E-4	2E-2	3E-2	<b>1E-1</b>	1E-4	8E-7	5E-7
Année	1987	1987	1976	1981	1975	1978	1976	1970	-	1990	1988	1987
Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non
<b>Dakka Saïdou</b>												
U	2E-3	4E-3	5E-2	<b>3E-1</b>	2E-3	2E-2	2E-3	2E-4	3E-3	1E-4	3E-4	2E-3
Année	1981	1984	1976	-	1975	1976	1969	1976	1976	1976	1976	1976
Con	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
<b>Gourbassi</b>												
U	<b>5E-1</b>	7E-3	2E-2	7E-3	4E-3	2E-2	6E-3	2E-3	2E-3	2E-3	3E-3	<b>3E-1</b>
Année		1973	1976	1974	1971	1978	1978	1971	1971	1971	1978	
Con	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>
<b>Kayes</b>												
U	3E-7	5E-6	7E-3	1E-4	3E-4	1E-4	2E-2	<b>1E-1</b>	5E-4	3E-6	3E-7	3E-7
Année	1987	1991	1976	1981	1975	1978	1976		1990	1989	1986	1987
Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non
<b>Manantali</b>												
U	<b>1E-1</b>	3E-2	<b>1E-1</b>	<b>4E-1</b>	<b>3E-1</b>	<b>9E-1</b>	<b>5E-2</b>	5E-2	<b>8E-2</b>	<b>1E-1</b>	<b>1E-1</b>	<b>3E-1</b>
Année		1996						1993				
Con	<b>Oui</b>	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>
<b>Oualia</b>												
U	<b>4E-1</b>	<b>2E-1</b>	1E-2	4E-3	5E-4	2E-3	2E-4	2E-4	2E-4	4E-4	5E-4	<b>3E-1</b>
Année			1978	1974	1971	1971	1978	1976	1976	1971	1971	
Con	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>

**III-8-4-4-6-Synthèses des résultats les tests de détection de rupture**

Appliqués à chaque station de mesure, les tests de détection de rupture ont révélé des résultats généralement concordant au niveau de la mise en évidence d'une hétérogénéité ou d'une homogénéité sauf quelques rares exceptions (tableaux III-33 à III-39). Par contre les estimations des points de rupture sur les séries de débits moyens mensuels par ces tests ont différé parfois de quelques années. Cette différence notée sur l'année de rupture au sein des séries a abouti quelquefois à des conclusions contradictoires sur les mêmes séries. Nous constatons quelque part la rupture notée dans la période 1967-1978 correspond généralement

Mémoire de DEA en Hydraulique et Mécanique des Fluides : Analyse et traitement statistique des variables hydroclimatiques sur le bassin versant du Fleuve Sénégal en Amont de Bakel.

à une diminution des écoulements. Et par contre la rupture détectée entre 1987-1993 correspond lui en une augmentation des écoulements.

**Tableau III-33: Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Bafing Makana**

Bafing Makana												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Buishand	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Hubert	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Ellipse	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non

**Tableau III-34 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Bakel**

Bakel												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
Buishand	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
Hubert	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
Ellipse	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non

**Tableau III-35 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Dakka Saïdou**

Daka Saïdou												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Buishand	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Hubert	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Ellipse	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non

**Tableau III-36 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Gourbassi**



Gourbassi												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>
Buishand	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Hubert	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Ellipse	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non

Tableau III-37 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Kayes

Kayes												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non
Buishand	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Hubert	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Ellipse	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non

Tableau III-38 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels de Manantali

Manantali												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	<b>Oui</b>	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non
Buishand	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non	Non	Non
Hubert	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non	Non	Non
Ellipse	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	<b>Oui</b>	Non	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	<b>Oui</b>	Non	Non	Non

**Tableau III-39 : Synthèse des tests de rupture sur les débits moyens mensuels d'Oualia**

Oualia												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	<b>Oui</b>	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui
Buishand	<b>Oui</b>	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Bayésienne	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Hubert	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Ellipse	<b>Oui</b>	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Résultat	<b>Oui</b>	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non

### III-8-5-Conclusion

L'hétérogénéité notée entre la fin des années 1960 et les années 1970 dans des séries de modules annuels et celles des débits moyens mensuels est généralement en phase avec celle du régime pluviométrique pour toutes les stations sauf Manantali. Et cela met en évidence d'une part l'effet de la variabilité climatique qui est traduite par des changements notables, à la baisse, au sein des séries chronologiques pluviométriques (Paturel et al., 1998). Dans notre étude cela c'est traduit par une baisse des écoulements dans presque la même période. Les résultats ont montré en plus que les fluctuations climatiques ne se sont pas fait ressentir systématiquement à une même date sur l'ensemble des stations étudiées et selon les tests utilisés.

Les ruptures détectées hors de la période générale de rupture en Afrique de l'Ouest 1968-1971 (Hubert et al., 1989 ; Ardoin, 2004) dû aux variabilités climatiques qui ont entraîné la sécheresse dans les années 70, ont permis de remettre en cause l'effet du barrage. A cet effet une étude consistant à voir l'impact du barrage sera menée dans la suite.

## III-9 : Etude de l'impact du barrage de Manantali sur les modules et les débits mensuels

### III-9-1-Introduction

Les ruptures déterminées après avoir mené une étude statistique a permis de remettre en cause deux facteurs soupçonnés d'être à l'origine de ces ruptures, Il s'agit principalement des changements climatiques et des effets du barrage construit à Manantali.

Dans cette étude, vu le rôle que doit jouer le barrage de Manantali afin d'assurer un volume de retenue capable de fournir un certain débits à Bakel pour répondre à certaines fonctions {la mise en valeur de plusieurs milliers d'hectares de périmètre irrigués ; rendre le fleuve navigable entre Kayes (Mali) et St-Louis (Sénégal) en vue du désenclavement de la zone, et en particulier la république du Mali qui y trouve l'ouverture sur la mer ; produire l'énergie hydro-électrique ; produire pendant une période transitoire une crue artificielle afin de maintenir des cultures de décrue}, nous avons jugé nécessaire d'étudier les effets du barrage de Manantali sur le régime du fleuve Sénégal.

Pour mener cette étude nous allons essayer d'utiliser une méthode que nous décrirons dans la méthodologie. Compte de la taille de sa série et même le fait que le barrage se trouve à Manantali, alors sa station n'a pas été utilisée dans la suite: le réseau de comparaison est composé des stations de Bafing Makana et Kayes se trouvant respectivement en amont en aval du barrage de Manantali La période d'étude allant de 1961 à 2007 a été retenue, Elle s'étend de part et d'autre de l'année de mise en service du barrage de Manantali, 1987, Elle est suffisamment longue pour permettre une étude statistique.

### **III-9-2-Méthodologie**

Pour mettre en évidence les modifications hydrologiques dues à la mise en place d'un barrage, la méthode utilisée est celle fondée sur la station de contrôle permettant de comparer des débits mesurés en amont et en aval du barrage (ASSAINI et al., 2002) ou de comparer des débits mesurés sur une station non influencée par un barrage et en aval du barrage (BENN et ERSKINE, 1994). Pour cela nous avons comparé les évolutions des débits mesurés sur la station de Bafing Makana qui se trouve en amont du barrage de Manantali et celle de la station de Kayes se trouvant en aval du barrage.

Tout d'abord pour ce travail, le test de Student pour tester l'égalité des moyennes et celui de Fisher pour tester l'égalité des variances seront utilisés pour tester l'appartenance à une même population des deux séries de ces deux stations. Et ensuite par voie statistique, en utilisant les tests statistiques d'homogénéité disponible dans le logiciel KhronoStat mis au point par l'IRD, et disponible gratuitement sur le net,

Ces tests sont déjà décrits en détail dans le deuxième chapitre et leurs hypothèses expliquées, Dans ce chapitre nous limiterons seulement aux tests d'homogénéité, ce que nous permettra de comparer les années de rupture des séries de débits mensuels et de modules.

### III-9-3-Résultats du test de Student et du test F

Ces tests sont faits à l'aide d'un tableur Excel. La procédure consiste à tester l'hypothèse nulle à savoir « l'égalité des moyennes pour chaque mois et celle des modules des deux stations » et « l'égalité des variances pour chaque mois et celle des modules des deux stations ». Ces tests ont été faits à l'aide du tableau ci-dessous qui donne les résultats sous forme de probabilités associées à chaque test.

L'analyse des résultats montre que pour chacun des mois, les deux stations ont des moyennes et des variances significativement différentes au seuil de signification 0.05, il est de même pour les modules car les probabilités sont très faibles pour accepter l'égalité des moyennes et des variances.

**Tableau III-40: Résultats des tests t et test F sur les débits mensuels et de modules annuels des stations**

Séries de mois et de modules des 2 stations	Test de Student(t)		Test F (Fisher Snédécor)	
	Probabilité associé au test t	Adéquation	Probabilité associé au test F	Adéquation
Mai	4,31196E-05	Rejetée	1,55062E-32	Rejetée
Juin	0,004661812	Rejetée	1,07051E-08	Rejetée
Juillet	0,000402863	Rejetée	0,009825271	Rejetée
Août	0,007581015	Rejetée	3,22024E-07	Rejetée
Septembre	2,23879E-05	Rejetée	4,25344E-09	Rejetée
Octobre	0,022126913	Rejetée	1,29384E-05	Rejetée
Novembre	0,005283842	Rejetée	8,35231E-08	Rejetée
Décembre	0,436807462	Rejetée	0,041670317	Rejetée
Janvier	0,0004424	Rejetée	1,0204E-16	Rejetée
Février	1,5066E-06	Rejetée	3,2324E-22	Rejetée
Mars	3,0287E-06	Rejetée	1,1655E-33	Rejetée
Avril	1,18631E-05	Rejetée	1,56746E-42	Rejetée
Module annuel	8,27682E-06	Rejetée	6,01677E-06	Rejetée

### III-9-4-Impact du barrage sur les séries de modules

Les résultats des tests d'homogénéité sont rassemblés dans le tableau III-41. Ces tests (Pettitt, Buishand, Lee et Heghinian et la procédure de segmentation des séries de Pierre Hubert à l'ordre 2) rejettent l'hypothèse nulle d'absence de rupture sur les séries de modules pour les deux stations, Pour chaque test, les années de rupture sont les mêmes pour ces deux

stations, Et nous constatons que ces deux stations enregistrent les mêmes années de ruptures pour le même test : 1976 pour le test de Pettitt et 1967 pour les tests de Lee & Heghinian et la segmentation de Hubert, (voir tableau III-41)

**Tableau III-41: Synthèse des tests d'homogénéité des modules annuels de stations d'études**

	Bafing Makana	Kayes
Test de Pettitt		
Année de rupture	1976	1976
Lee et Heghinian		
Année de rupture	1967	1967
Segmentation des séries à l'ordre 2		
Année de rupture	1967	1967
Ellipse de Bois		
Années de rupture	1970	1976

Les ellipses de Bois présentent toutes la même allure pour ces deux stations (figure III-7), Et nous remarquons qu'à partir de 1984 tous les points des deux séries se trouvent à l'intérieur de l'ellipse de contrôle jusqu'en 2006.

A l'échelle annuelle, les tests ne détectent aucune influence du barrage sur le régime hydrologique car le comportement de l'évolution des séries de modules est la même en amont comme en aval du barrage de Manantali.

### III-9-3-3-Impact du barrage sur les débits moyens mensuels

Les résultats de la synthèse des tests sont regroupés dans le tableau III-42. A quelques exceptions localisées au mois de Décembre et Janvier, l'hypothèse nulle  $H_0 =$  « absence de rupture » est rejetée par tous les tests et pour toutes les stations et pour tous les autres mois, Nous avons indiqué également l'année de la rupture lorsque le test le permet, La rupture dans la série peut cependant avoir deux origines : changement climatique, ou influence du barrage, Pour faire la part entre ces deux causes, nous avons comparé les années d'occurrence de la rupture dans les séries de Bafing Makana et Kayes, Il en découle que, généralement :

- à la station de Bafing Makana, cette rupture se produit toujours avant l'année 1987, année de mise en service du barrage, La procédure de segmentation des séries met en évidence une diminution des écoulements pour l'ensemble des débits moyens mensuels (Annexe 29)
- aux stations de Kayes en période de crue, de Juillet à Novembre elle se produit avant la ~~mise en~~ mise en service du barrage; en période de décrue et d'étiage, de Février à Juin, elle se