10289

COMITE INTER-AFRICAIN D'ETUDES HYDRAULIQUES

Immeuble Maine Montparnasse
15, Square Max Hymans
PARIS XVe

Organisation pour la Mise en Valor
du Fleuve Senegal (OMVS)
Haut Commissariat
Centre Régional de Documentation
Saint-Louis

CALCUL PRATIQUE D'UNE INSTALLATION D'ECRÊMAGE D'UNE NAPPE D'EAU DOUCE FLOTTANT SUR UNE NAPPE SALEE

par R. DEGALLIER

(d'après F. CHU WANG : "Approximate theory for skimming well formulation in the Indus plain of West Pakistan" - Journal of Geophysical Research, 70, 20, 5055-5063).

Mars 1966

10289

Calcul pratique d'une installation d'écrêmage d'une nappe d'eau douce flottant sur une nappe salée.

par R. DEGALLIER,

d'après F. CHU WANG :

Approximate theory for skimming well formulation in the Indus plain of West Pakistan.

(Journal of Geophysical Research, 70,20, 5055 - 5063.

Lors d'exploitation de lentilles d'eau douce flottant sur de l'eau plus salée, on désire souvent déterminer :

- le débit Q d'un puits en fonction de son degré de pénétration dans la zone douce, de façon que seule l'eau douce soit pompée,
- le degré de pénétration pour lequel le débit sera maximal,
- l'espacement optimal des puits d'un réseau de captage qui exploiterait la totalité de la recharge.

La formule pratique élaborée par F. CHU WANG répond à ces questions au prix de quelques hypothèses de base et simplifications mathématiques dont nous nous efforcerons de préciser la portée.

Formulation théorique.

La formule bien connue de DUPUITS :

$$Q = 2\pi k m S_w \left[\ln (r_e / r_w) \right]^{-1} \qquad (1)$$

Mise en fiche

où Q = le débit d'un puits,

R = perméabilité

m = épaisseur de l'aquifère

S_w = rabattement dans le puits

r_e = rayon d'influence du puits

r_w = rayon du puits,

donne le débit permanent d'un puits isolé dont l'alimentation vient totalement de l'extérieur d'une zone d'appel cylindrique de rayon r_e .

Les hypothèses impliquées par cette formule sont, notamment, que :

- le régime est permanent avec débit constant et rabattement constant,
- l'épaisseur m de la nappe douce à la distance r_e du puits est constante et n'est pas sensiblement modifiée par le rabattement S_w aux alentours du puits.

Cette dernière hypothèse amènera souvent des difficultés car, en pratique, le niveau des nappes fluctue au cours des saisons, et implique une fluctuation qui peut être très importante de l'épaisseur de la lentille d'eau douce.

Si l'alimentation vient aussi d'infiltrations dans le cône d'appel, F. WHU WANG montre que la formule devient :

$$Q = 2\pi k m S_w \left[\ln (r_e/r_w) - B \right]^{-1} \qquad (2)$$

où le terme B est égal à 1/2 si toute la recharge vient d'infiltrations dans le cône d'appel, ce qui est le cas pour toute exploitation permanente nécessairement tributaire du renouvellement de la nappe.

Pour un puits ne pénétrant que partiellement l'aquifère, KOZENY (1933) a apporté un facteur correctif, ce qui donne :

$$Q = 2\pi k m S_w \left[\ln (r_e/r_w) - B \right]^{-1} \cdot$$

$$\cdot \left[\alpha \left[1 + 7 (r_w/2 \alpha m)^{\frac{1}{2}} \cos \pi\alpha/2 \right] \right] \qquad (3)$$

où $\alpha = D/m$ est le degré de pénétration D du puits dans la partie douce d'épaisseur m de la nappe.

Pour éviter que l'eau salée sous-jacente ne remonte dans le puits, il faut que le rabattement S_w soit inférieur à une valeur limite définie par la relation de GHYBEN-HERZBERG :

$$S_w \leq \left[(\rho_s - \rho_f) / \rho_f \right] m (1 - \alpha)$$

où ρ_s = densité de l'eau salée,
ρ_f = - - douce.

En substituant dans l'équation (3), S_w par cette expression, on obtient le débit maximal Q max qui n'entraînera pas d'eau salée dans les cas où la relation de GHYBEN-HERZBERG est vérifiée.

$$Q_{max} = \frac{2\pi k m^2 (\rho_s - \rho_f) \alpha (1 - \alpha)}{\left[\ln (r_e/r_w) - B \right] \rho_f} \cdot \left[1 + 7 (r_w/2\alpha m)^{\frac{1}{2}} \cos \pi\alpha/2 \right]$$

(4)

Ceci est valable pour un aquifère isotrope de perméabilité k. Pour un aquifère anisotrope, dont le coefficient d'anisotropie $a = k_z/k_r$, avec k_z = perméabilité verticale et k_r = perméabilité horizontale, la formule devient :

$$Q_{max} = \frac{2\pi k m^2 (\rho_s - \rho_f)\alpha(1-\alpha)}{\left[\ln(r_e/r_w) - B\right]\rho_f} \cdot \left[1 + 7\left(\frac{r_w a^{\frac{1}{2}}}{2\alpha m}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \pi\alpha/2\right] \qquad (5)$$

où seul le dernier facteur est modifié avec r_w remplacé par $r_w (a)^{1/2}$.

Formulation pratique.

Mais ces formules sont difficiles à manier lorsqu'on veut faire le choix de la solution optimale en tenant compte à la fois de tous les facteurs.

C'est pourquoi une méthode graphique utilisant des variables sans dimension a été mise au point. Ces variables sont :

$\beta = \pi\alpha/2$, degré de pénétration.
$\gamma = r_w/m$, "minceur" du puits en terrain isotrope.
$\gamma' = r_w (a)^{1/2}/m$, "minceur" du puits en terrain anisotrope.
$\delta = r_e / r_w$ = rapport du rayon d'influence au rayon du puits.
L = espacement des puits dans un réseau orthogonal.
$W_{\beta,\gamma}$ = nombre sans dimension fonction de β et γ.
W_δ = nombre sans dimension fonction de δ

La formule (5) devient alors :

$$W_{\beta\gamma} = \frac{\pi \left[\ln (r_e / r_w) - B \right] Q_{max}}{8 \, k \, m2 \, (\rho_s - \rho_f) / \rho_f} \equiv$$

$$\equiv \beta \left(\pi/2 - \beta \right) \left[+ 7 \, (\pi \gamma' / 4 \beta)^{\frac{1}{2}} \cdot \cos \beta \right] \qquad (6)$$

Les valeurs de $W_{\beta\gamma}$ sont portées sur la figure 4 en fonction du degré de pénétration.

Pour déterminer l'espacement optimal, on fait appel à une troisième variable sans dimension, $\delta = r_e / r_w = L / \pi^2 \, r_w$, et la formule (6) devient :

$$W_\delta = W_{\beta\gamma} \frac{\pi \, k \, m^2 \, (\rho_s - \rho_f)}{\pi^2 \, r_w^2 \, q \, \rho_f} \equiv \delta^2 \, (\ln \delta - B) \qquad (7)$$

avec q = débit d'alimentation, exprimé en une hauteur de lame d'eau infiltrée. Pour respecter l'homogénéité du système d'unités, prendre la même unité de temps que pour la perméabilité **k** .

Pour faciliter l'application à différentes conditions de terrain., la figure 5 donne W_δ en fonction de δ pour B = 1/2, c'est à dire pour une alimentation entièrement intérieure au rayon d'influence.

Lorsque l'alimentation est extérieure au rayon d'influence et provient par exemple de cours d'eau ou de canaux de suralimentation, il faut recourir à la formule (7) et recalculer un abaque qui convienne, analogue à celui de la figure 5.

L'écoulement sera permanent seulement si le débit de chaque puits est égal à la recharge dans son cône d'appel, égale à $q \, \pi \, r_e^2$.

Données nécessaires.

Ces calculs ne peuvent être faits qu'après que les paramètres hydrauliques du lieu aient été déterminés par des études préalables. Ce sont :

- la perméabilité horizontale k_r à demander à un essai de pompage, à calculer d'après des données granulométriques ou à mesurer sur échantillons,

- la perméabilité verticale k_z dans le cas où elle diffère de la précédente, à mesurer tant bien que mal sur échantillons dans l'état actuel des choses, car on ne dispose pas encore de méthodes de mesures par essai de pompage,

- l'épaisseur m de l'eau que l'on considère comme douce et qu'on se propose d'exploiter, à mesurer par sondages électriques ou par forages,

- la densité, et par conséquent la salinité de l'eau dite douce qu'on veut exploiter et de l'eau dite salée qu'on veut éviter de pomper. Pour passer de la salinité à la densité, on peut, en première approximation, obtenir cette dernière en ajoutant à 1,000, densité normale de l'eau distillée, les 80 % du chiffre du résidu sec (ainsi, une eau de mer à 35 g/l de résidu sec aurait une densité de 1,028),

- le taux de recharge q à déduire de relations à établir entre les pluies ou autres apports et les fluctuations du niveau de la nappe en résultant, et à exprimer en une hauteur de lame d'eau infiltrée dans la même unité de temps que pour la perméabilité k,

- le diamètre des ouvrages de captage r_w, qu'on se donne le plus grand possible en tenant compte des disponibilités du lieu en moyens de fonçage, du prix de revient, du genre d'installation de pompage souhaité, etc...

Déroulement des calculs.

On commence par calculer $\gamma = r_w / m$, puis on cherche dans la figure 4 pour quelle valeur du degré de pénétration $\beta = \frac{\pi}{2}$ la valeur maximale du nombre W_{max} correspondant.

On en tire la valeur du degré de pénétration β, qui permet de calculer $\alpha = 2\beta/\pi$ et enfin $D = \alpha m$ qui est la profondeur optimale de pénétration.

W_0 est ensuite calculé par la formule (7) et l'on tire δ de la figure (5), puis on calcule $L = \pi \sqrt{2}$ qui est la maille de notre réseau rectangulaire de captages.

Enfin, le débit maximal par puits peut être tiré de l'une des formules (4), (5) ou (6) selon les cas ou encore de la relation $Q_{max} = L^2 q$.

Limite de validité, remarques.

Pour ne pas se laisser prendre à une précision illusoire, il est bon d'insister sur les conséquences de certaines des hypothèses impliquées par les formules.

- certaines des faiblesses inhérentes à la formule de DUPUITS sont écartées, telles que l'arbitrarité du choix du rayon d'influence r_e, mais d'autres subsistent, telles que l'effet du non parallélisme des lignes de courant près d'un exutoire. Ce dernier effet entraîne une sous estimation de l'épaisseur de l'eau douce et va donc dans le sens d'une prévision pessimiste des choses, ce qui est en l'occurence prudent,

- la formule de KOZENY introduite dans l'expression 3 est une formule approchée traduisant un phénomène dont on ne connaît pas la solution exacte ; on ne connaît donc pas l'erreur que l'on commet en l'appliquant,

- la relation de GHYBEN-HERZBERG traduit un équilibre hydrostatique entre la colonne d'eau douce et celle d'eau salée. Lorsque la nappe fluctue sous l'effet d'apports intermittents, l'épaisseur de la nappe douce varie constamment à la recherche de cet équilibre avec un retard et un amortissement qui seront d'autant plus grands que la perméabilité verticale sera faible et l'anisotropie prononcée.

Ce déphasage est fort précieux à connaître, car il caractérise aussi les répercussions des fluctuations de niveau qui seront causées par l'exploitation.

Si ce déphasage est important relativement à la période des fluctuations de niveau, et par suite si l'amortissement de la réaction de l'interface est rapide celle-ci sera pratiquement immobile et l'épaisseur de la nappe douce introduite dans les formules sera déterminée relativement à son niveau moyen.

Si la nappe est au contraire isotrope, l'interface s'ajustera rapidement aux fluctuations de niveau, que celles-ci soient naturelles ou causées par l'exploitation, et le débit maximal admissible à l'étiage devra être calculé avec soin d'après les conditions du moment.

- le contact entre la nappe douce et la nappe salée n'est pas une limite franche mais une zone de transition qui peut varier de quelques dm à plusieurs km d'épaisseur et dans laquelle on peut définir une interface théorique comme correspondant à la salure limite acceptable.

Il y aura dilatation de cette zone de transition lorsqu'elle se mettra en mouvement vers sa nouvelle position correspondant au régime d'exploitation, avec des digitations dirigées vers les points de captage. Mais les formules sont établies de façon à exclure que l'eau de salure indésirable ne parvienne au captage. Les eaux de salure plus faibles que la salure-limite adoptée pourront cependant contribuer à augmenter la salure initiale de l'eau douce exploitée jusqu'à une valeur qui correspondra au régime permanent.

On peut remarquer sur la figure 4 que le degré de pénétration optimal varie peu autour de 1/3 en fonction de la "minceur" du puits.

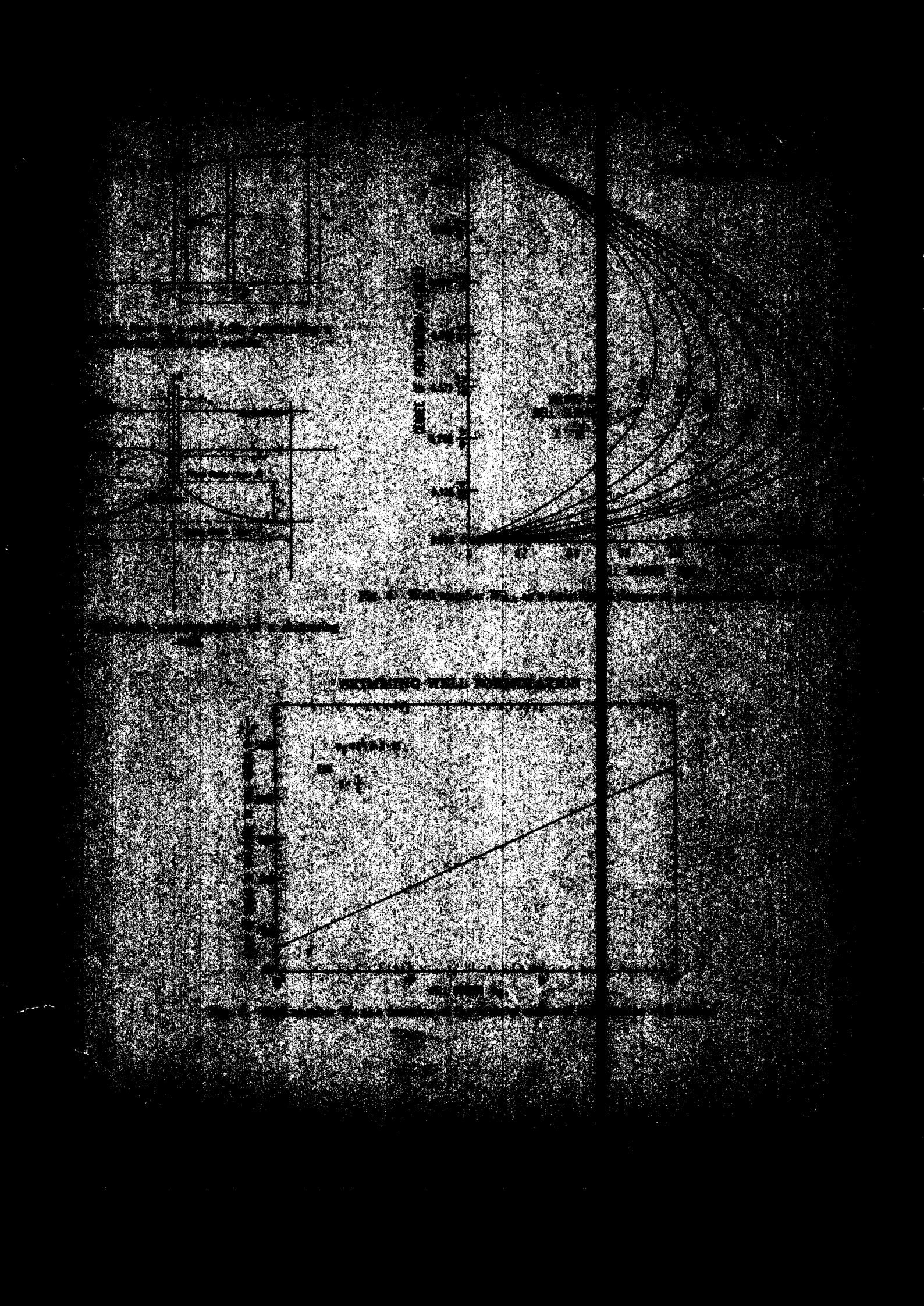
Pour les puits dont le diamètre est le 1/20ème de l'épaisseur de la lentille d'eau douce, c'est à dire dont la "minceur" est de 1/20ème, cette valeur de 1/3 du degré de pénétration fournit le débit maximal.

Pour une "minceur" de 1/100ème, une pénétration de 1/3 indique un débit qui n'est que de 5% inférieur au débit maximal que l'on aurait pour une pénétration optimale de 0,46.

Conclusion.

La méthode de calcul de F. CHU WANG que nous avons essayé ci-dessus de présenter en raccourci nous paraît susceptible d'apporter une aide fort efficace au praticien jusqu'ici réduit à un tâtonnement finalement fort coûteux par suite des échecs et abandons fréquents d'ouvrages contaminés ou, au cohtraire, par suite d'un surdimensionnement des dispositifs à très faible rendement d'écrêmage.

Cette méthode implique, comme chaque fois qu'on introduit les mathématiques en hydraulique souterraine, la connaissance de paramètres le plus souvent peu accessibles, mais dont la mesure préalable se révèle bien plus économique.



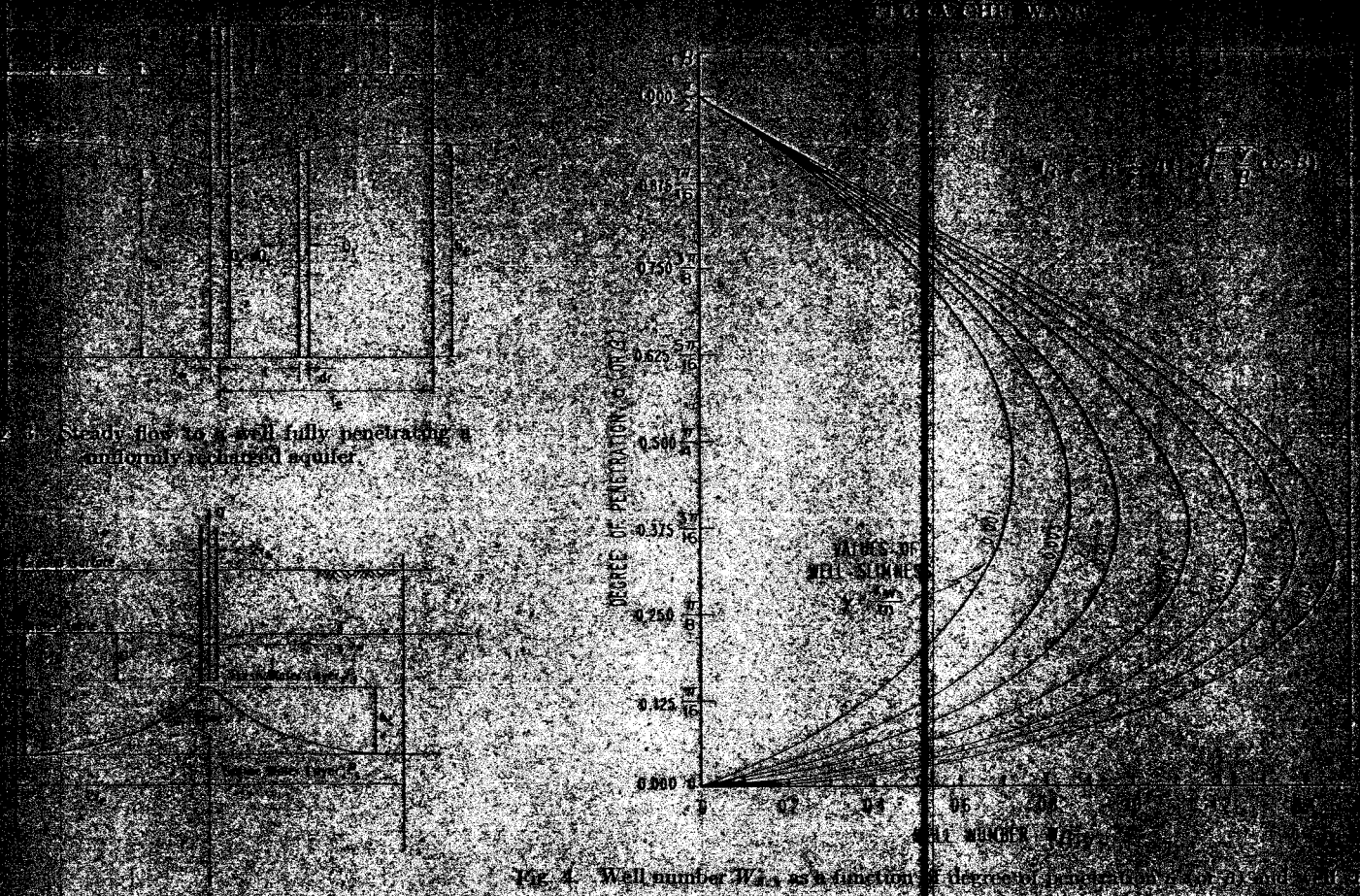


Fig. 1. Steady flow to a well fully penetrating a uniformly recharged aquifer.

Fig. 4. Well number $W_{4,4}$ as a function of degree of penetration σ for $\pi/8$ and $\pi/16$ radians.

Fig. 2. Schematic representation of a skimming well.

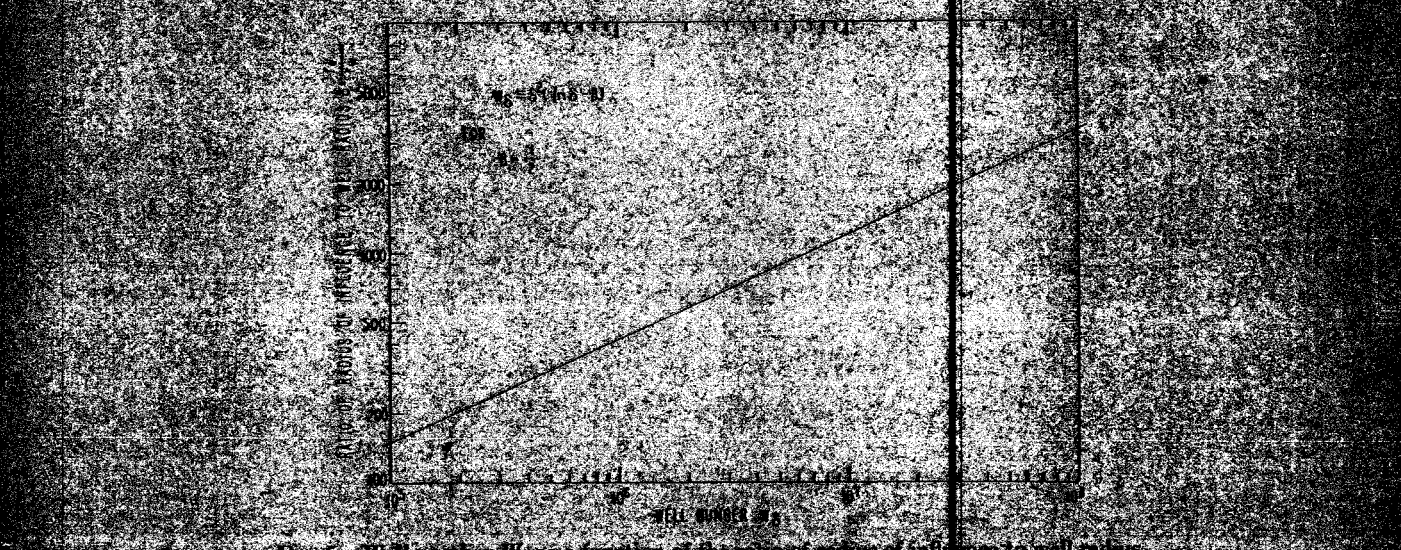


Fig. 5. Well number $W_{4,4}$ as a function of the ratio of radius of influence to well radius.